

УДК 537.529

МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ
ВЗРЫВАЮЩИХСЯ ПРОВОДНИКОВ

Ю. Д. Бакулин, В. Ф. Куропатенко и А. В. Лучинский

Предложен метод расчета электрических цепей со взрывающимися проводниками, позволяющий с достаточной для практики точностью производить магнитогидродинамический расчет взрыва медных проводников в течение всего процесса взрыва. Зависимость проводимости меди от плотности и удельной тепловой энергии найдена расчетно-экспериментальным путем. В расчетах используется уравнение состояния металла, учитывающее его испарение. Приводятся результаты расчетов и обсуждается их согласование с экспериментальными данными.

В силовых генераторах импульсов высокого напряжения в ряде случаев используются схемы индуктивных накопителей со взрывающимися проводниками, для расчета которых применяются как инженерные, так и магнитогидродинамические методы. В инженерных методах [1] процессы, протекающие внутри проводника, заменяются некоторыми интегральными характеристиками, такими, например, как скорость роста сопротивления. При этом оказывается возможным определить лишь экстремальные значения тока и напряжения в схеме и полуширину импульса. Удовлетворительное совпадение расчета с экспериментом можно ожидать лишь для узкой области состояний взрывающегося проводника. Магнитогидродинамические методы расчета [2] могут дать подробное описание взрыва проводника только в случае, если известны электропроводность и уравнение состояния взрывающегося вещества в характерном диапазоне плотностей и энергий $10^{-3} \leq \delta \leq 1$, $0 \leq \epsilon \leq 30$ кДж/г, где $\delta = V_0/V$ — безразмерная плотность, V — удельный объем, ϵ — удельная внутренняя энергия.

Если не учитывать теплопроводность и вязкость вещества и пренебречь токами смещения внутри проводника, то основная система уравнений примет вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial t} = u; \quad \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}(r^{\nu-1}u) &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + r^{\nu-1} \frac{\partial p}{\partial x} &= -\frac{1}{c} \frac{VEH}{\rho}, \\ \frac{\partial z}{\partial t} + p \frac{\partial V}{\partial t} &= \frac{VE^2}{\rho}; \quad \rho = \rho(\epsilon, V); \quad p = p(\epsilon, V), \\ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{VH}{r^{\nu-1}} \right) &= \frac{\partial E}{\partial x}; \quad E = \frac{c\rho}{4\pi V} \frac{\partial}{\partial x}(r^{\nu-1}H), \end{aligned} \right\} (1)$$

где $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{V}{r^{\nu-1}} \frac{\partial}{\partial r}$, H и E — напряженности магнитного и электрического полей, p — давление, ρ — удельное сопротивление, $\nu=1, 2$ — показатель симметрии. Магнитное поле в окружающем проводник пространстве можно учесть введением в электрическую цепь последовательно с проводником переменной индуктивности L , изменение которой определяется увеличением наружного радиуса разлетающегося проводника. Если взрыв проводника происходит в какой-либо диэлектрической среде, то емкость этого

диэлектрика учитывается введением в рассчитываемую схему подсоединенного параллельно проводнику конденсатора.

Граничные значения электромагнитных величин на поверхности проводочки определяются подобно [3] совместным решением системы (1) с системой электротехнических уравнений схемы, в которую включены проводники. Электрическая схема изображена на рис. 1, где C_0 — емкость, первоначально заряженная до напряжения U_0 ; L_1, L_2 — накопительные индуктивности первого и второго каскадов; I_1, I_2 — токи, протекающие через I и II каскады проводников; n_1, n_2 — количество параллельно взрывающихся проводников первого и второго каскадов; R_n, C_n, L_n — активное сопротивление, емкость и индуктивность нагрузки; P_1, P_2, P_3 — разрядники, включающиеся при заранее заданном напряжении и управляющие работой схемы. При необходимости любой элемент или любая

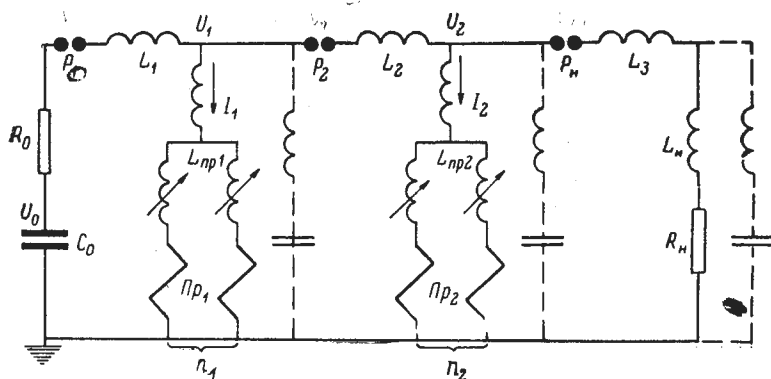


Рис. 1. Принципиальная схема электрического контура.

цепь схемы могут быть отключены. Таким образом, имеется возможность расчета одного или двух каскадов взрывающихся проводников с нагрузкой или без нее.

Решение системы (1) находилось численно. Для построения системы разностных уравнений применялся метод расщепления по физическим процессам, позволяющий решать по отдельности уравнения Максвелла и уравнения газодинамики. Для расчета уравнений газодинамики применялась явная разностная схема [4], в которой особое внимание обращалось на точность вычисления энергии. Уравнения Максвелла рассчитывались по неявной разностной схеме [5]. Наличие в уравнениях газодинамики правых частей приводит к изменению условия устойчивости, которое принимает вид

$$\tau \leq h / \sqrt{a^2 + H^2 / 4\pi V},$$

где $a^2 = -(\partial p / \partial V)_s$, τ и h — шаги сетки по времени и по x . Для обеспечения точности вычислений шаг τ дополнительно ограничивался так, чтобы относительное изменение плотности энергии в точке за счет выделения джоулева тепла в течение времени τ не превышало бы заданной величины.

Расчеты проводились для медных проводников. Использовалось уравнение состояния [6], описывающее испарение меди и область смеси пара и жидкости. В однофазной области уравнение состояния имеет вид

$$\left. \begin{aligned} p &= p_x + p_T; \quad \varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_T, \\ p_x &= 2.32 \cdot 10^{12} (\delta^{3.1} - \delta^{2.5}), \\ p_T &= \Gamma(\delta, \varepsilon_T) \frac{\delta \varepsilon_T}{V_0}, \\ \Gamma &= \left(\frac{2}{3} + \frac{2\delta}{1 + 0.5\delta} \right) \frac{1 + 2.02 \cdot 10^{-11} \varepsilon_T}{1 + 6.06 \cdot 10^{-11} \varepsilon_T}, \\ \varepsilon_x &= - \int p_x dV, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где размерности величин: V [см³/г], P [эрг/см³], ϵ [эрг/г]. Граница области смеси фаз рассчитывается исходя из термодинамических соотношений. Внутри этой области гидродинамические величины ϵ и V рассчитывались интерполяцией по концентрации одной из фаз между значениями этих величин на границе.

В исследуемой области плотностей и температур зависимость удельного сопротивления меди от δ и ϵ_T известна недостаточно хорошо. Попытки использовать (подобно [7]) зависимости типа $\rho(\epsilon_T, \delta) = \rho_1(\epsilon_T)\rho_2(\delta)$ к удовлетворительному результату не привели: подбор констант в выражениях ρ_1 и ρ_2 позволял получить согласование с экспериментальными данными только в узкой области состояний вещества. Расчеты показывали, что функция $\rho_2(\delta)$ должна существенно зависеть от ϵ_T . Не дали согласования с эк-

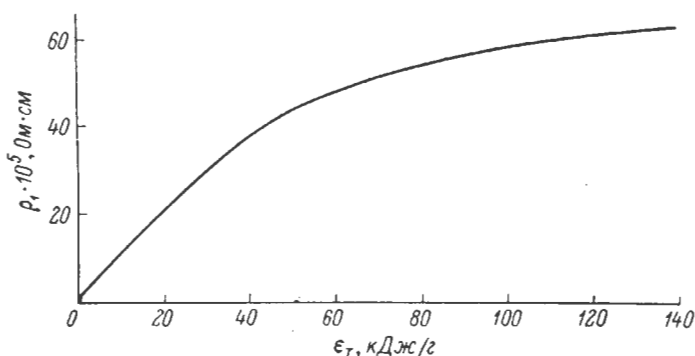


Рис. 2. Зависимость удельного сопротивления меди от ϵ_T при $\delta=1$.

спериментом и попытки использовать более сложную интерполяционную зависимость $\rho(\delta, T)$, предложенную в [8]. Все это привело к необходимости отказаться от использования опубликованных ранее выражений для удельного сопротивления даже после их модернизации.

Для определения $\rho(\delta, \epsilon_T)$ был применен расчетно-экспериментальный метод, при котором эта зависимость выбиралась так, чтобы с помощью расчетов описать несколько «опорных» экспериментов, выбранных для значительно отличающихся друг от друга условий взрыва проводников. Было опробовано большое количество видов функции $\rho(\epsilon_T, \delta)$. Анализ результатов расчетов показал, что удовлетворительного согласования одновременно со всеми опорными экспериментами в течение всего времени подъема и спада тока можно добиться только в случае, если характер зависимости $\rho(\epsilon_T, \delta)$ определяется фазовым состоянием вещества. Выбранная таким образом зависимость для области $\delta \geq \delta_{кр}$ ($\delta_{кр}$ — относительная плотность в критической точке) записывается в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\rho(\epsilon_T, \delta)}{\rho_1(\epsilon_T, 1)} &= \Phi(\alpha, \epsilon_T) \lg \frac{\rho_{кр}}{\rho_1} \frac{\lg \delta}{\lg \delta_{кр}}, \\ \alpha &= \frac{\lg \delta}{\lg \delta_{кр}}, \\ \Phi(\alpha, \epsilon_T) &= \begin{cases} \alpha - (1 - \alpha) \frac{\epsilon_T}{\epsilon_{Tкр}} & \text{при } \delta_{гр} \leq \delta \leq 1, \epsilon_T \leq \epsilon_{Tкр}, \\ 1 & \text{в остальной области } \epsilon_T, \delta, \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $\rho_{кр}$ — удельное сопротивление в критической точке, $\epsilon_{Tкр}$ — удельная тепловая энергия в критической точке, $\delta_{гр}(\epsilon_T)$ — относительная плотность жидкости на границе области смеси фаз, $\rho_1(\epsilon_T, 1)$ — удельное сопротивление металла при $\delta=1$. Зависимость $\rho_1 = \rho_1(\epsilon_T, 1)$ представлена на рис. 2. При малых ϵ_T $\rho_1(\epsilon_T, 1)$ согласуется со справочными данными. Из системы (3) видно, что зависимости $\rho(\epsilon_T, \delta)$ при фиксированных $\epsilon_T \ll$

$\leq \epsilon_{T \text{кр}}$ меняют свой характер в точках, лежащих на границе области смеси фаз. Обращает на себя внимание, что при $\delta = \delta_{\text{кр}}$ удельное сопротивление не зависит от ϵ_T . Построенная таким способом зависимость $\rho(\epsilon_T, \delta)$ в области $\delta \geq \delta_{\text{кр}}$ определяется заданием $\rho_{\text{кр}}, \rho_1(\epsilon_T, 1)$ и положением границы области смеси фаз в плоскости ϵ_T, δ . В области $\delta \leq 10^{-3}$ использовались зависимости $\rho(\epsilon_T, \delta)$, предложенные в [9]. В промежуточной области $\rho(\epsilon_T, \delta)$ определялось интерполяцией полиномами третьего порядка по δ при фиксированных ϵ_T .

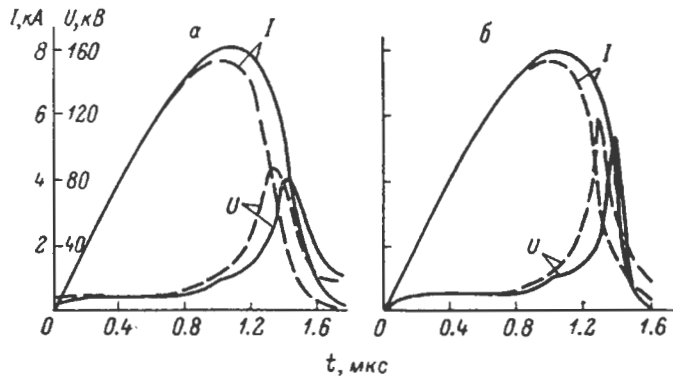


Рис. 3. Взрыв одной проволоочки $l=12$ см, $r=0.007$ см при $U_0=32$ кВ, $C_0=0.5$ мкф, $L=2.5$ мкГн в масле (а) и в воздухе (б).

После подбора параметров в (3) было рассчитано более 10 контрольных экспериментов, в число которых входили как однокаскадные, так и двухкаскадные взрывы проводников в воздухе, воде, масле и эпоксидном компаунде. Основные параметры, определяющие условия взрыва проводников, изменялись в диапазонах: $8 \text{ кВ} \leq U_0 \leq 1 \text{ МВ}$, $0.15 \text{ мкф} \leq C_0 \leq 22 \text{ мкф}$,

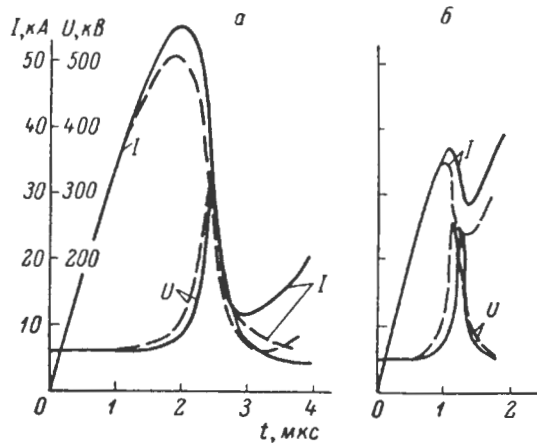


Рис. 4. Взрыв одной проволоочки в воздухе при $U_0=140$ кВ, $C_0=1.5$ мкф, $L=3$ мкГн.

а — $l=61$ см, $r=0.02$ см; б — $l=27$ см, $r=0.014$ см.

$0.07 \text{ мкГн} \leq L \leq 30 \text{ мкГн}$, $1 \text{ см} \leq l_{\text{пр}} \leq 10 \text{ м}$, $1 \leq n_{\text{пр}} \leq 30$, $0.02 \text{ мм} \leq r_{\text{пр}} \leq 0.2 \text{ мм}$. Во всех контрольных расчетах разница между рассчитанными и экспериментально определенными значениями амплитуд $I(t)$ и $U(t)$ не превышала 10%. Достаточно хорошо расчеты описали и зависимости $I(t)$ и $U(t)$, а также зависимости тока и напряжения от характеристик проволочек и электрических схем.

На рис. 3—5 приведены в качестве примера некоторые случаи сравнения экспериментальных и расчетных данных. Сплошные линии — $I(t)$ и $U(t)$, полученные в экспериментах, штриховые — в результате расчетов.

Рис. 3, 4 иллюстрируют однокаскадный взрыв проводников, рис. 5 — двухкаскадный. В последнем случае даны как кривые $I_1(t)$ и $U_1(t)$ тока и напряжения на проводниках первого каскада, так и кривые $I_2(t)$ и $U_2(t)$, относящиеся ко второму каскаду взрывающихся проводников. Из рис. 4, а, б видно, что расчет дает качественно согласующийся с экспериментом ход $I(t)$ не только в области подъема, максимума и спада тока, но и в области минимума тока и его дальнейшего восстановления. При этом нужно подчеркнуть, что в расчете учитывалась зависимость ρ только от ϵ_T и δ без привлечения каких-либо других физических представ-

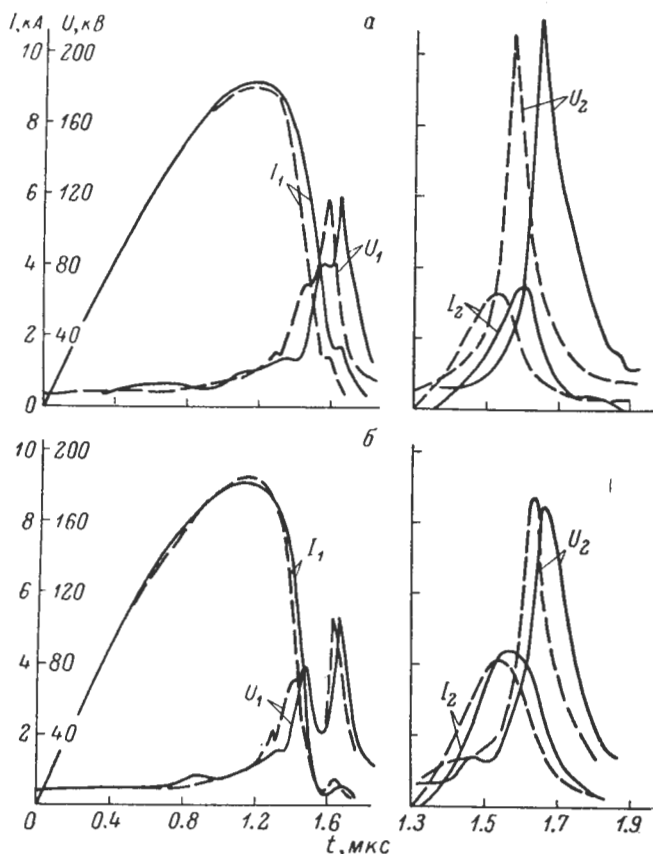


Рис. 5. Двухкаскадный взрыв проводников в масле.

$U_0=33$ кВ, $C_0=0.5$ мкф, $L_1=2.5$ мкГн, $L_2=2$ мкГн, $l_1=l_2=12$ см, $r_1=0.004$ см, $r_2=0.002$ см, $n_1=4$, $n_2=2$ (а) и 3 (б).

лений, объясняющих это явление (например, предположения о зависимости ρ от E ; см., например, [10]). Расчет показывает, что увеличение плотности среды, окружающей проводочку, при прочих равных условиях несколько снижает и затягивает импульс напряжения (рис. 3). Анализ расчетов позволяет выявить влияние параметров схемы на характер зависимостей $I(t)$ и $U(t)$. Так, например, на рис. 5 видно исчезновение первого максимума $U_1(t)$ при уменьшении количества параллельных проводников второго каскада. Заметим, что дальнейшее увеличение начального сопротивления проводников второго каскада приводит к появлению второго максимума на кривой $U_2(t)$.

Во всех случаях расчет дает несколько более ранний взрыв проводников, чем эксперимент (на несколько процентов). Это опережение, по-видимому, объясняется тем, что уравнение состояния (2) не учитывает плавления вещества. На рис. 3—5 в момент плавления на экспериментальной кривой заметно замедление роста напряжения, чего нет в расчете. Для

двухкаскадных схем заметна разница в ходе $U_1(t)$ в момент включения второго каскада ($t=1.3$ мкс на рис. 5), вызывающая опережение расчетного момента взрыва проводников второго каскада. Эта разница объясняется принятой в расчете идеализацией работы разрядника.

Анализ расчетных зависимостей от времени гидродинамических и электродинамических величин в различных точках проводника дает представление о механизме взрыва проводника. На рис. 6 для случаев взрыва медных проволок в воздухе и эпоксидном компаунде приведены области состояния меди (ϵ_T, δ) в различные моменты времени. Сплошные кривые 1 и 2 относятся соответственно, к наружной поверхности и оси проводника. Штриховыми линиями соединены точки состояний вещества, относящиеся

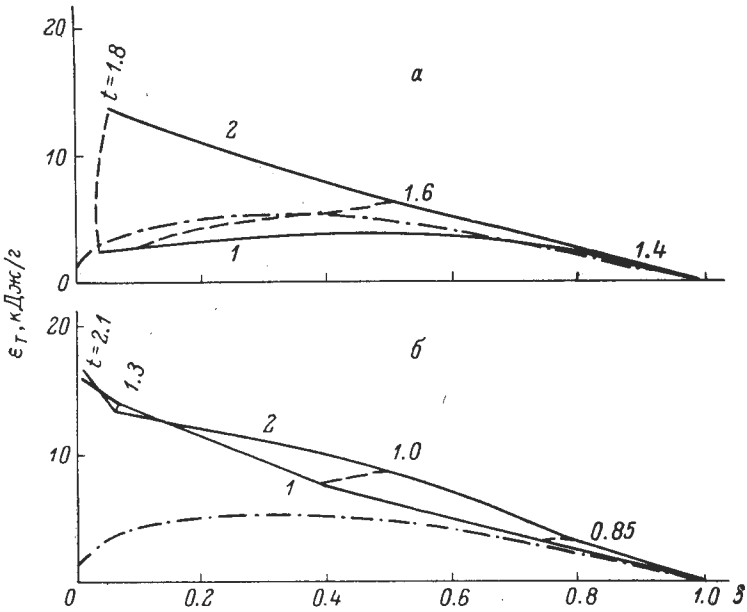


Рис. 6. Состояния меди.

a — взрыв в воздухе одной проволоки $l=39$ см, $r=0.015$ см при $U_0=140$ кВ, $C_0=1.5$ мкФ, $L=4.5$ мкГн; *б* — взрыв в эпоксидном компаунде одной проволоки $l=1.5$ см, $r=0.017$ см при $U_0=8$ кВ, $C_0=22$ мкФ, $L=0.07$ мкГн.

к указанным на рисунке моментам времени (в мкс); штрихпунктиром дана граница области смеси фаз. На первой стадии разогрева вещества состояния в различных точках проводника близки друг к другу. При этом область состояний примыкает к границе области смеси фаз. При взрыве проводника в воздухе в момент, когда гидродинамическое давление сравнивается с магнитным, поверхностные слои проводника начинают быстро испаряться и разлетаться, область состояний вещества при этом сильно расширяется, резко возрастает удельное сопротивление (так называемая «волна испарения»; см. [11]). На кривых тока этот момент заметен, как начало «взрыва» — быстрого спада тока. При взрыве в плотной среде разлет внешних слоев сдерживается, состояния вещества меньше различаются по радиусу и все вещество проводника приобретает большую тепловую энергию, оставаясь в однофазной области. На поздних стадиях взрыва плотность вещества выравнивается по радиусу, а при взрыве в плотной среде выравнивается и удельная тепловая энергия вещества. Разлет до малых плотностей приводит к уменьшению удельного сопротивления и, если не израсходован запас энергии, к восстановлению тока после минимума.

Изложенный в работе метод может быть применен для рассмотрения более широкого круга явлений, в которых существенна начальная фаза взрыва металла, и для изучения физики процессов, протекающих при

электрическом взрыве проводников. Кроме того, его можно использовать для исследования зависимостей проводимости металлов от плотности и тепловой энергии в области перехода из металлического состояния в газ и для уточнения уравнений состояния в этой области.

Литература

- [1] Е. И. Азаркевич. ЖТФ, 49, 141, 1973.
- [2] А. А. Самарский, П. П. Волосевич, М. И. Волчинская, С. П. Курдюмов. ЖВМ и МФ, 8, 1025, 1968.
- [3] Ю. П. Попов. ЖВМ и МФ, 11, 445, 1971.
- [4] В. Ф. Куропатенко. Труды МИ АН СССР, 74, 107, 1966.
- [5] Л. М. Дегтярев, А. П. Фаворский. ЖВМ и МФ, 9, 211, 1969.
- [6] В. Ф. Куропатенко, В. Э. Нечай, А. Т. Сапожников, В. Е. Севастьянов. Докл. на III Всес. семинаре по моделям механики сплошной среды, Новосибирск, 1973.
- [7] H. Knoerfel, R. Lurri. «Exploding wires», eds. by W. Chace and H. Moore, 4, 233, 1968. Plenum press, N. J.
- [8] R. E. Kidder. Proceedings of the «Conference on Megagauss Magnetic Field Generation by Explosives an Related Experiments», EUR2750e, Euratom, Brussels, p. 37, 1966.
- [9] Н. Н. Калиткин, Л. В. Кузьмина, В. С. Рогов. Таблицы термодинамических функций и транспортных коэффициентов плазмы. ИПМ АН СССР, М., 1972.
- [10] В. Чейс. Сб. «Взрывающиеся проволочки», 9. ИЛ, М., 1963.
- [11] Ф. Беннет. Сб. «Физика высоких плотностей энергии», 241. «Мир», М., 1974.

Поступило в Редакцию
17 февраля 1975 г.

125/ 2 экз.
ЭИ № 656/0
6 .08.1980 г.