УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В БИНАРНЫХ СМЕСЯХ ГАЗОВ

БУРЯКОВ О.В., КУРОПАТЕНКО В.Ф.
Челябинский политехнический институт, Челябинск, СССР

Динамические процессы в гетерогенных средах сопровождаются образованием многоволновых структур, существенным изменением массовых и объемных концентраций компонент и другими специфическими явлениями. Для описания свойств гетерогенных многокомпонентных сред разработано несколько физических и математических моделей [1], [2]. Законы сохранения массы, импульса и энергии в одномерном случае имеют вид

$$\frac{d_i(\alpha\rho)_i}{dt} + (\alpha\rho)_i \frac{\partial u_i}{\partial x} = 0,$$

$$(\alpha\rho)_i \frac{d_i u_i}{dt} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha_i (P_i - S_i)\right) = R_i,$$

$$(\alpha\rho)_i \frac{d_i \mathcal{E}_i}{dt} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha_i u_i (P_i - S_i)\right) = \frac{\partial}{\partial x}(\alpha q)_i + \Phi_i,$$

где

$$\mathcal{E}_i = E_i + 0.5 u_i^2, \quad \frac{d_i}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_i \frac{\partial}{\partial x},$$

$$S_i = \frac{4}{3}\mu_i \frac{\partial u_i}{\partial x}, \quad q_i = \varkappa_i \frac{\partial T_i}{\partial x},$$

$$R_i = \sum_j R_{ij}, \quad \Phi_i = \sum_j \Phi_{ij},$$

$$R_{ij} = \frac{(\alpha\rho)_i (\alpha\rho)_j}{\rho \tau_{ij}^u} F_{ij}(u_j - u_i),$$

$$\Phi_{ij} = \Omega_i R_{ij}(u_j - u_i) + \frac{\psi_{ij}^P}{\tau_{ij}^P}(P_j - P_i) + \frac{\psi_{ij}^T}{\tau_{ij}^T}(T_j - T_i).$$

Величины R_i и Φ_i, определяющие обмен импульсом и энергией i-й компоненты со всеми остальными, и особенно времена релаксации скоростей τ_{ij}^u, давлений τ_{ij}^P и температур τ_{ij}^T зависят от свойств взаимодействующих компонент и характеристик их частиц (шероховатость, адгезионные свойства, размеры и форма, плотность и т.д.). В случаях, когда $\tau_{ij}^P \sim d_i/c_i \to 0$ (d_i - размер частиц, c_i - скорость звука

i -й компоненты), для упрощения модели используется предположение о механическом равновесии

$$P_i = P_j = P.$$

Система законов сохранения замыкается уравнениями состояния [3]

$$P_{ik} = P_{ik}(\rho_i, E_i, \varphi_k), \quad T_{ik} = T_{ik}(\rho_i, E_i, \varphi_k),$$

$$\mu_{ik} = \mu_{ik}(\rho_i, E_i, \varphi_k), \quad \varkappa_{ik} = \varkappa_{ik}(\rho_i, E_i, \varphi_k),$$

где k - номер фазы φ.

В основе математической модели лежат два предположения: 1). Каждая компонента рассчитывается в своей лагранжевой системе координат; 2). Обмен импульсом и энергией происходит между лагранжевыми частицами компонент, находящихся в одних и тех же точках пространства x, t. Процедура численного интегрирования написанных выше уравнений расщепляется на два этапа.

Этап I. В лагранжевой системе координат каждой компоненты рассчитывается движение и деформации её частиц с учётом силового воздействия со стороны других компонент. В результате получаются индивидуальные (не согласованные с условиями совместного деформирования) значения параметров компонент. Для расчёта движения компонент используется разностная схема, обобщающая схему [4] на случай многокомпонентной смеси.

Этап 2. В системе координат Эйлера определяются частицы компонент, имеющие одинаковые значения x и t, после чего рассчитывается обмен импульсом и энергией между ними в соответствии с принятыми условиями совместного деформирования.

Для обеспечения необходимой точности вычислений движение границ смеси отслеживается и рассчитывается, как движение особых поверхностей, разделяющих однокомпонентную среду и смесь.

Для проверки точности численного метода и для уяснения физических особенностей течений в гетерогенных смесях были построены точные решения задачи о движении поршня с постоянной скоростью.

При движении поршня в смеси двух изотермических газов при $R_{ij} = 0$ решение в переменных скорость, парциальная плотность компонент имеет следующий качественный характер. Если поршень вдвигается в смесь, то в смеси возникает совокупность двух сильных разрывов, движущихся с разными скоростями. На поршне скорости компонент совпадают и равны скорости поршня. За первым сильным разрывом смесь существенно обогащена лёгкой компонентой, а за вторым сильным разрывом - тяжёлой. Если поршень выдвигается из смеси, то по смеси распространяются волна разрежения в виде двух волн разрежения, распространяющихся по компонентам. Течение является автомодельным. В области постоянного течения у поршня смесь существенно обогащена лёгкой компонентой.

При движении поршня в смесь двух политропических газов волновая картина получается качественно такой же, как в смеси изотермических газов, но в отличие от случая смеси изотермических газов на каждом сильном разрыве терпит скачок скорость и парциальная плотность обеих компонент. Если поршень выдвигается из смеси политропических газов, то в зависимости от скорости поршня возможны два типа течения: с полным отделением компонент в волне разрежения, когда скорость поршня достаточно велика, и с частичным отделением компонент, когда скорость поршня достаточно мала. В последнем случае решение имеет вид распространяющихся по смеси двух волн разрежения, за которыми следует два сильных разрыва. Возле поршня образуется область постоянного течения. В первом случае у поршня накапливается чистая лёгкая компонента, а во втором – смесь, обогащенная лёгкой компонентой.

В смеси двух изотермических взаимодействующих газов ($R_{ij} \neq 0$) структура фронта ударной волны качественно иная, чем в случае $R_{ij} = 0$. В зависимости от соотношения параметров задачи возможны четыре типа структуры фронта ударной волны:

I. С сильным разрывом в обеих компонентах и с областью релаксации скоростей между ними при

$$U_n > (1-z^2) c_1 \xi_{20}, \quad U_n > (1-z^2) z^{-1} c_1 \xi_{10},$$

где U_n – скорость поршня, $z = c_2/c_1 < 1$, ξ_{i0} – массовая концентрация i -й компоненты в покоящейся смеси.

2. С сильным разрывом в тяжелой компоненте и областью релаксации скоростей перед ним при

$$(1-z^2) z^{-1} c_1 \xi_{10} < U_n < (1-z^2) c_1 \xi_{20}.$$

3. С сильным разрывом в лёгкой компоненте и областью релаксации скоростей за ним при

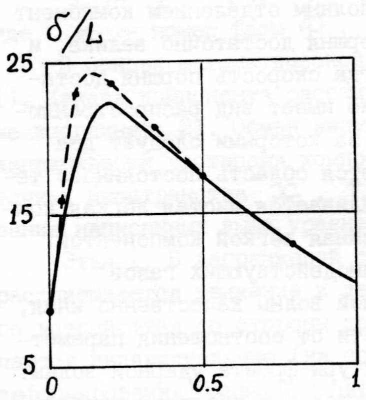
$$U_n < (1-z^2) c_1 \xi_{20}, \quad U_n < (1-z^2) z^{-1} c_1 \xi_{10}.$$

4. С непрерывной областью релаксации скоростей в обеих компонентах при

$$(1-z^2) c_1 \xi_{20} < U_n < (1-z^2) z^{-1} c_1 \xi_{10}.$$

Тип структуры фронта ударной волны не зависит от величины силового взаимодействия R_{ij} компонент, которая оказывает влияние лишь на ширину фронта ударной волны и форму профилей параметров течения.

В [5] получена экспериментальная зависимость ширины фронта ударной волны в смеси гелия с аргоном от объёмной концентрации аргона. Вследствие малого различия температур компонент в качестве условий совместного деформирования в расчетах было принято равенство давления и температур компонент. Уравнения состояния - идеальные газы. Ширину фронта ударной волны определим соотношением $\delta_{\varphi} = (\rho_+ - \rho_-) \Big/ \left| \frac{\partial \rho}{\partial x} \right|_{max}$, где ρ_- и ρ_+ - плотности смеси перед и за ударной волной. Для описания ширины фронта в чистых компонентах значения μ были увеличены в 1.5 раза. Значение F_{ij} подобрано из условия описания δ_{φ} для концентрации $\alpha_{Ar} = 0.5$ и считалось постоянным для всех других значений α_{Ar}. На Рис.1. представлены экспериментальная (пунктир) и полученная в расчётах (сплошная линия) зависимости δ_{φ}/L от α_{Ar}, где $L = \mu / \rho(D-u)$.



ЛИТЕРАТУРА

1. В.В.Струминский, Влияние диффузионной скорости на течение газовых смесей. - ПММ., 1974, т.38, вып.2, стр.203-210.
2. Р.И.Нигматулин, Основы механики гетерогенных сред, Наука, Москва, 1978.
3. В.Ф.Куропатенко, И.С.Минаева, Уравнения состояния некоторых металлов, В кн. Численные методы механики сплошной среды, т.13, №6, Изд. ИТПМ СО АН СССР, Новосибирск, 1982, стр.69-76
4. В.Ф.Куропатенко, О разностных методах для уравнений гидродинамики, В сб. Труды Математического института им. В.А.Стеклова, т.54, Москва, 1966, стр.107-137.
5. **R.E. Center, Measurement of Shock-Wave Structure in Helium-Argon Mixtures, J. Phys. Fluids, 1967, v.10, N8, pp.1777-1784.**