## УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В БИНАРНЫХ СМЕСЯХ ГАЗОВ

БУРЯКОВ О.В., КУРОПАТЕНКО В.Ф.
Челябинский политехнический институт, Челябинск, СССР

Динамические процессы в гетерогенных средах сопровождаются образованием многоволновых структур, существенным изменением массовых и объемных концентраций компонент и другими специфическими явлениями. Для описания свойств гетерогенных многокомпонентных сред разработано несколько физических и математических моделей [I], [2]. Законы сохранения массы, импульса и энергии в одномерном случае имеют вид

$$\frac{d_i(\alpha\rho)_i}{dt}+(\alpha\rho)_i\frac{\partial u_i}{\partial x}=0,$$

$$(\alpha\rho)_i\frac{d_i u_i}{dt}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha_i(P_i-S_i)\right)=R_i,$$

$$(\alpha\rho)_i\frac{d_i\varepsilon_i}{dt}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha_i u_i(P_i-S_i)\right)=\frac{\partial}{\partial x}(\alpha q)_i+\Phi_i,$$

где

$$\varepsilon_i=E_i+0.5u_i^2,\quad \frac{d_i}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+u_i\frac{\partial}{\partial x},$$

$$S_i=\frac{4}{3}\mu_i\frac{\partial u_i}{\partial x},\quad q_i=\varkappa_i\frac{\partial T_i}{\partial x},$$

$$R_i=\sum_j R_{ij},\quad \Phi_i=\sum_j \Phi_{ij},$$

$$R_{ij}=\frac{(\alpha\rho)_i(\alpha\rho)_j}{\rho\,\tau_{ij}^u}F_{ij}(u_j-u_i),$$

$$\Phi_{ij}=\Omega_i R_{ij}(u_j-u_i)+\frac{\psi_{ij}^P}{\tau_{ij}^P}(P_j-P_i)+\frac{\psi_{ij}^T}{\tau_{ij}^T}(T_j-T_i).$$

Величины $R_i$ и $\Phi_i$, определяющие обмен импульсом и энергией $i$-й компоненты со всеми остальными, и особенно времена релаксации скоростей $\tau_{ij}^u$, давлений $\tau_{ij}^P$ и температур $\tau_{ij}^T$ зависят от свойств взаимодействующих компонент и характеристик их частиц (шероховатость, адгезионные свойства, размеры и форма, плотность и т.д.). В случаях, когда $\tau_{ij}^P\sim d_i/c_i\to 0$ ($d_i$ - размер частиц, $c_i$ - скорость звука

$i$ -й компоненты), для упрощения модели используется предположение о механическом равновесии

$$P_i = P_j = P.$$

Система законов сохранения замыкается уравнениями состояния [3]

$$P_{ik} = P_{ik}(\rho_i, E_i, \varphi_k), \quad T_{ik} = T_{ik}(\rho_i, E_i, \varphi_k),$$

$$\mu_{ik} = \mu_{ik}(\rho_i, E_i, \varphi_k), \quad \varkappa_{ik} = \varkappa_{ik}(\rho_i, E_i, \varphi_k),$$

где $k$ - номер фазы $\varphi$.

В основе математической модели лежат два предположения: I). Каждая компонента рассчитывается в своей лагранжевой системе координат; 2). Обмен импульсом и энергией происходит между лагранжевыми частицами компонент, находящихся в одних и тех же точках пространства $x$, $t$. Процедура численного интегрирования написанных выше уравнений расщепляется на два этапа.

Этап I. В лагранжевой системе координат каждой компоненты рассчитывается движение и деформации её частиц с учётом силового воздействия со стороны других компонент. В результате получаются индивидуальные (не согласованные с условиями совместного деформирования) значения параметров компонент. Для расчёта движения компонент используется разностная схема, обобщающая схему [4] на случай многокомпонентной смеси.

Этап 2. В системе координат Эйлера определяются частицы компонент, имеющие одинаковые значения $x$ и $t$, после чего рассчитывается обмен импульсом и энергией между ними в соответствии с принятыми условиями совместного деформирования.

Для обеспечения необходимой точности вычислений движение границ смеси отслеживается и рассчитывается, как движение особых поверхностей, разделяющих однокомпонентную среду и смесь.

Для проверки точности численного метода и для уяснения физических особенностей течений в гетерогенных смесях были построены точные решения задачи о движении поршня с постоянной скоростью.

При движении поршня в смеси двух изотермических газов при $R_{ij} = 0$ решение в переменных скорость, парциальная плотность компонент имеет следующий качественный характер. Если поршень вдвигается в смесь, то в смеси возникает совокупность двух сильных разрывов, движущихся с разными скоростями. На поршне скорости компонент совпадают и равны скорости поршня. За первым сильным разрывом смесь существенно обогащена лёгкой компонентой, а за вторым сильным разрывом - тяжёлой. Если поршень выдвигается из смеси, то по смеси распространяются волна разрежения в виде двух волн разрежения, распространяющихся по компо-