Академия наук СССР Сибирское отделение
Институт теоретической и прикладной механики

ФИЗИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

(Сборник научных трудов)

Под редакцией
к.ф.-м.н. Г.В. Гадияка

Новосибирск 84

тельно, число операций при решении (6) будет резко увеличиваться. Пятидиагональность матриц A_{kn} , C_{kn} обуславливается использованием именно локальных кубических сплайнов.

1. Zerby C.D., Keller F.L. Electron transport theory, calculations and experiments. - Nucl.Sci.Eng., 1967, v.27, p.190-218.
2. Thomas R.W.L., Thomas W.R.L. Monte-Carlo simulation of electrical discharges in gases. - J.Phys. B: Atom.Molecul.Phys., 1969, v.2, ser.2, p.562-570.
3. Гинзбург В.Л., Гуревич А.В. Нелинейные явления в плазме, находящейся в переменном электрическом поле. - УФН, I960, т.IO, в.2, с.2OI-246.
4. Makabe T., Mori T. Theoretical analysis of the electron energy distribution functions in a weakly ionized gas under a relatively high E/N. - J.Phys. D: Appl.Phys., 1980, v.13, p.387-396.
5. Pitchford L.C., ONeil S.V., Rumble J.R. Extended Boltzmann analysis of electron swarm experiments. - Phys.Rev. A, 1981, v.23, N 1, p.294-304.
6. Sakai Y., Tagashira H., Sakamoto S. The development of electron avalanches in argon at high E/N values: I Monte-Carlo simulation. - J.Phys. D: Appl.Phys., 1977, v.10, p.1035-1049.
7. Tran Ngoc An, Marode E., Johnson P.C. Monte-Carlo simulation of electrons within the cathode fall of a glow discharge in helium. - J.Phys. D: Appl.Phys., 1977, v.10, p.2317-2328.
8. Kitamori K., Tagashira H., Sakai Y. Relaxation process of the electron velocity distribution in neon. - J.Phys. D: Appl.Phys., 1978, v.11, p.283-292.
9. Kitamori K., Tagashira H., Sakai Y. Development of electron avalanches in argon - an exact Boltzmann equation analysis. - J.Phys. D: Appl.Phys., 1980, v.13, p.535-550.
10. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. М., I980.
11. Thomas W.R.L. The determination of the total excitation cross section in neon by comparison of theoretical and experimental values of Taonsend's primary ionization coefficient. - J.Phys B: Atom.Molecul.Phys., 1969, v.2, ser.2, p.551-561.
I2. Дмитриев Л.М. Исследование распределения электронов по энергиям в слабоионизованном газе. - ТВТ, I980, т.I6, в.3, с.449.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ МЕТАЛЛОВ В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ ИЗМЕНЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ

В.Ф.Куропатенко, И.С.Минаева

При решении ряда научно-технических задач возникает необходимость моделировать поведение вещества в широком диапазоне изменения давления, плотности и температуры. Одним из примеров является задача о высокоскоростном соударении тел, в которой в зависимости от скорости соударения вещество может плавиться, испаряться либо оставаться в твердом состоянии.

Уравнение состояния вещества является важной составной частью математических моделей сплошных сред, применяемых для описания широкого класса физических процессов. В [I] было рассмотрено уравнение состояния, которое при $\rho \gtrsim 0.9\,\rho_{ok}$ и $0 \le p < \infty$ хорошо описывало поведение ряда металлов. Рассмотрим уравнение состояния, описывающее поведение металлов в более широкой области, т.е. и при $\rho < \rho_{ok}$. Независимыми термодинамическими функциями в нем являются ρ и E . Зависимость $P(\rho, E)$ берется в виде

$$P = P_x(\rho) + P_T(\rho, E), \quad E = E_x(\rho) + E_T . \qquad (I)$$

где

(2) $$P_{xi} = \rho_{0\kappa} C_{0\kappa}^2 \sum_{\ell=-1}^{5} \ell a_{i\ell} \delta^{\ell+1}, \quad E_{xi} = C_{0\kappa}^2 \sum_{\ell=-1}^{5} a_{i\ell} \delta^{\ell},$$

(3) $$P_T = \Gamma(\rho, E)\rho E_T, \quad \Gamma = \frac{\Gamma(E)}{1 + \varphi(\delta)\left(\frac{\Gamma(E)}{\Gamma_*(E)} - 1\right)}.$$

Здесь индекс "i" означает номер формулы, применяемой на промежутке $\delta_{i-1} \leq \delta \leq \delta_i$. На промежутке $0 \leq \delta \leq 1$ параметры $a_{i\ell}$ должны удовлетворять условиям

$$P_{x1} = 0, \quad E_{x1} = 0, \quad \frac{dP_{x1}}{d\delta} = \rho_{0\kappa} C_{0\kappa}^2 \text{ при } \delta = 1,$$

$$P_{x1} = 0, \quad E_{x1} = Q \quad \text{при} \quad \delta = 0,$$

где Q - энергия сублимации холодного вещества. На промежутке $\delta > \delta_2$ в соответствии с рекомендациями [2] P_x и E_x берутся в виде

$$E_{x3} = C_{0\kappa}^2 \left(a_{31}\delta^{\ell_{31}} - a_{32}\delta^{\ell_{32}} + a_{33}\right),$$

(4) $$P_{x3} = \rho_{0\kappa} C_{0\kappa}^2 \delta \left(a_{31}\ell_{31}\delta^{\ell_{31}} - a_{32}\ell_{32}\delta^{\ell_{32}}\right).$$

Функции $\varphi(\delta)$ и $\Gamma(E)$ берутся в виде

$$\varphi(\delta) = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad \delta \leq \delta_*, \\ \dfrac{a(1-\delta)^2}{b + \delta^{0,25}} & \text{при} \quad \delta_* \leq \delta \leq 1, \\ 0 & \text{при} \quad \delta \geq 1 \end{cases}$$

$$\Gamma_i(E) = \sum_{k=0}^{5} C_{ik} x_i^k, \quad x_i = \frac{E - E_{i-1}}{d_{i1} + d_{i2}E + d_{i3}E_{i-1}}.$$

Здесь "i" - номер формулы, применяемой на промежутке $E_{i-1} \leq E \leq E_i$

$$a = \frac{b + \delta_*^{0,25}}{(1-\delta_*)^2}, \quad b \ll \delta_*^{0,25}, \quad \delta_* \approx 10^{-4} \div 10^{-5}$$ В промежутке с номером $i = 5$ $\Gamma = \Gamma_\infty = const$. Функция $\Gamma(E)$ при соответствующем выборе численных значений C_{ik}, d_{ik} позволяет с высокой точностью описать зависимость $P = \Gamma(E)\rho E$ вдоль изохоры $\delta = 1$.

Рассмотрим уравнение состояния в области двухфазной смеси жидкость-пар. Зафиксируем изотерму $T = T_\nu = const$. Тогда из уравнения состояния $T = T(V, E)$ следует зависимость $E = E(V, T_\nu)$. Подставив ее в $P = P(V, E)$, получим семейство изотерм в переменных P, V

(5) $$P = P(V, E(V, T_\nu)).$$

Продифференцируем это уравнение по V

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_E + \left(\frac{\partial P}{\partial E}\right)_V \cdot \left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T.$$

Приравняв нулю $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$ получим уравнение

(6) $$F(V, T_\nu) = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_E + \left(\frac{\partial P}{\partial E}\right)_V \cdot \left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T = 0.$$

Корни этого уравнения V_A и $V_Б$ зависят от T_ν и их геометрическое место точек образует спинодаль. По V_A, $V_Б$ и T_ν из (5) найдем P_A и $P_Б$. Равновесное давление смеси находится из уравнения Максвелла

(7) $$P_p(V_г - V_ж) - \int_{V_ж}^{V_г} P(V, E(V, T_\nu))\,dV = 0,$$

где $V_г$ и $V_ж$ - корни уравнения

(8) $$P_p - P(V, E(V, T_\nu)) = 0.$$

Точки P_ν, $V_ж$ и P_p, $V_г$ образуют бинодаль. Ввиду сложности функции $P(V, E(V, T))$ система уравнений (7), (8) решается численно. Задав нужный шаг по T, построим табличную зависимость

$$P_\nu, T_\nu, E_{г\nu}, V_{г\nu}, E_{ж\nu}, V_{ж\nu}$$

вдоль бинодали.

Давление в смеси по заданным значениям V и E находится так. Задается первое приближение P. По нему отыскивается на бинодали два узла таблицы так, чтобы выполнялись неравенства.

$$P_{\nu-1} \leq P \leq P_\nu .$$

Интерполяцией находятся $V_ж$, $E_ж$, $V_г$, $E_г$. Если P является решением, то функция

$$H(P) = (E - E_ж)(V_г - V_ж) - (E_г - E_ж)(V - V_ж)$$

обращается в ноль. В противном случае рассчитывается следующее приближение, например, методом Ньютона.

Для определения численных значений параметров используются экспериментальные данные по ударному сжатию сплошных и пористых образцов материалов и теоретические данные, полученные по моделям Саха и ТФП.

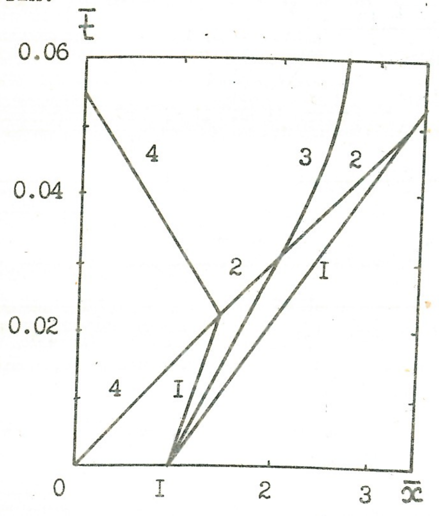

Рис.I

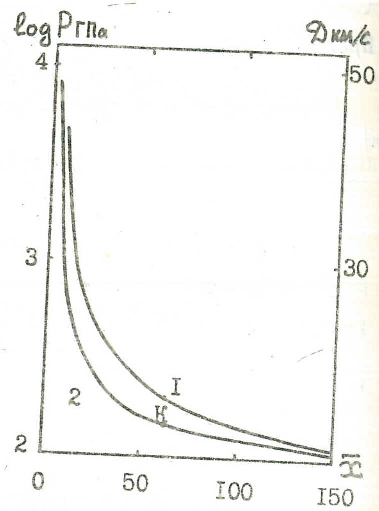

Рис.2

В качестве примера рассмотрим задачу о столкновении двух алюминиевых пластин в случае, когда движущаяся пластина тоньше покоящейся. Картина ударных волн и слабых разрывов, возникающих в пластинах при начальной скорости ударника 70 км/сек приведена на Рис.I. Здесь $\bar{x}$ – безразмерная координата $\bar{x} h = x$, h – толщина ударника, $\bar{t} h = t$, I – ударная волна, 2 – слабый разрыв (граница волны разрежения), 3 – контактная граница между ударником и первоначально покоящейся пластиной, 4 – свободная поверхность ударника. На Рис.2 приведена зависимость давления на фронте ударной вол-

ны I и скорости фронта 2 от координаты $\bar{x}$. Точкой K отмечена граница между испаренным и жидким алюминием.

Расчет проводился с помощью неоднородного разностного метода, в котором на разрывах используется метод, описанный в [3].

I. Куропатенко В.Ф., Минаева И.С. Уравнение состояния металлов. УI школа – семинар Модели механики сплошной среды , Алма-Ата, 198I г.

2. Калиткин Н.Н., Кузьмина Л.В. Таблицы термодинамических функций веществ при высокой концентрации энергии. Препринт ИПМ АН СССР, №35, 1975г.

3. Куропатенко В.Ф. Приближенный метод расчета величин за фронтом ударной волны. Числ. мет. механики спл. среды, т.I, №6, 1970,77. Новосибирск.