

ICMAR

29.09.2010

Page 1913 of 26.09/0

Аннотация

## ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МОДЕЛЯХ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СРЕД

В.Ф. Куропатенко

*Российский Федеральный ядерный центр – ВНИИ Технической Физики им.  
акад. Е.И. Забахина, 456770, г. Снежинск, Челябинская обл., Россия*

В моделях многокомпонентных сред, основанных на гипотезе многоскоростных взаимопроникающих взаимодействующих континуумов [1], [2] одновременно используется два способа рассмотрения компонентов.

В первом способе каждый компонент занимает лишь часть объема смеси и характеризуется физическими величинами (плотность, скорость, давление, удельная внутренняя энергия, температура и др.), а его физические свойства определяются уравнением состояния и определяющими уравнениями (упругость, пластичность, вязкость). Таким образом, каждый компонент имеет скорость звука, сжимаемость, теплоемкость, модуль сдвига, коэффициент вязкости и другие только ему присущие свойства. Поскольку при таком способе рассмотрения смеси компоненты разделены межкомпонентными (контактными) границами, то возникают трудности с определением производных и написанием законов сохранения в виде дифференциальных уравнений в частных производных.

Во втором способе рассмотрения компонентов каждый компонент "размазывается" на весь объем смеси, после чего он характеризуется парциальными величинами. Они получаются из физических величин умножением либо на объемную концентрацию  $\alpha_i$ , где  $i$  – номер компонента (плотность, давление), либо на массовую концентрацию  $\eta_i$  (скорость, удельные внутренняя и кинетическая энергии, энтропия). Все парциальные величины непрерывны в объеме смеси. Это позволяет определить частные производные для всех парциальных величин и для каждого компонента записать законы сохранения в дифференциальной форме. В полученной системе уравнений число неизвестных больше, чем число уравнений. Для замыкания системы уравнений каждого компонента нужно добавить уравнение состояния. А чтобы перейти от парциальных плотности и энергии к физическим, которые нужны, чтобы воспользоваться уравнением состояния, следует добавить уравнение, описывающее изменение объемной концентрации компонента. Второй способ предполагает, что в любой точке смеси в каждый момент времени присутствуют все компоненты, и они обязаны взаимодействовать друг с другом. Такие взаимодействия называются парными. Они хорошо обоснованы и подробно описаны в [2]-[5].

Поскольку в каждой точке смеси  $x, y, z, t$  находятся все компоненты, то с помощью "мгновенных" законов сохранения плотность, скорость и удельная энергия смеси получаются суммированием парциальных плотностей, парциальных скоростей и парциальных удельных энергий компонентов. Эти величины непрерывны в пространстве  $x, y, z, t$ , поскольку получены суммированием непрерывных парциальных величин компонентов. Дифференциальные уравнения смеси и дифференциальные уравнения компонентов должны быть не просто связаны друг с другом, но должны превращаться друг в друга, поскольку и те, и другие выражают законы сохранения. Необходимые условия получения законов сохранения смеси путем суммирования законов сохранения компонентов имеют вид сил и потоков энергии, пропорциональных разности скоростей смеси и компонента. Иными словами, если компонент движется в смеси, то на него со стороны смеси действует сила и он обменивается со смесью энергией. Такое

взаимодействие компонента со смесью получило название кластерного [6]. Кластерное взаимодействие исчезает, если скорость компонента становится равной скорости смеси.

Поскольку плотность и удельная внутренняя энергия смеси получаются суммированием парциальных плотностей и энергий компонентов, то они не могут быть связаны уравнением состояния и, следовательно, скорость звука в смеси не может определяться так же, как в компонентах по формуле

$$c^2 = \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s.$$

В то же время скорость распространения слабого сигнала в смеси должна зависеть от скоростей звука и концентраций компонентов. В работе предлагается такая зависимость и дается ее обоснование.

До последнего времени в литературе не встречалось моделей многокомпонентных сред, учитывающих кластерное взаимодействие. Без учета кластерного взаимодействия во всех таких моделях законы сохранения смеси не могут быть получены суммированием соответствующих законов сохранения компонентов [2], [4], [5].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рахматуллин Х.А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред // ПММ. 1956. Т.20, вып. 27. С.184-195.
2. Крайко А.Н., Нигматулин Р.И., Старков В.К., Стернин Л.Б. Механика многофазных сред // Итоги науки и техники. Гидромеханика. 1973. Т.6. С. 93-174.
3. Струминский В.В. Влияние диффузной скорости на течение газовых смесей // ПММ. 1974. Т.38, вып. 2. С. 203-210.
4. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 332 с.
5. Яненко Н.Н., Солоухин Р.И., Папырин А.Н., Фомин В.М. Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц. Новосибирск: Наука, 1980. 158 с.
6. Куропатенко В.Ф. Модель многокомпонентной среды // ДАН. 2005. Т.403, №6. С.761-763.

Работа выполнена при поддержке РФФИ. Гранты 10-01-00032, 10-01-96001.

## CONSERVATION LAWS IN MULTICOMPONENT FLOW MODELS

V.F. Kuropatenko

*Russian Federal Nuclear Center – Zababakhin Institute of Applied Physics  
Snezhinsk, Chelyabinsk Region, Russia 456770*

There are two approaches to treating components in the multicomponent flow models based on the hypothesis of interpenetrating and interacting multi-velocity continua [1,2].

The first implies that each component occupies some volume in the mixture and is characterized by physical quantities (density, velocity, pressure, specific energy per unit mass, temperature etc.). Its physical properties are defined by an equation of state and constitutive equations (elasticity, plasticity, viscosity). Therefore each component has its own sound velocity, compressibility, thermal capacity, shear modulus, viscosity factor and other properties. Since in this case the mixed components have contact surfaces (interfaces), it is not easy to find derivatives and to write conservation laws in the form of partial differential equations.

In the second approach, each component is “smeared” in the entire volume of the mixture, being then characterized by partial quantities which are derived by multiplying physical quantities either by a volume concentration  $\alpha_i$ , where  $i$  is component number (density and pressure), or by a mass concentration  $\eta_i$  (velocity, specific internal and kinetic energies; and entropy). All partial quantities are continuous in the mixture and for each of them and for all components we can find derivatives and write the differential conservation laws. In the resulted system of equations, the number of unknowns is larger than the number of equations. An equation of state is needed to close the system of equations for each component. But in order to change from partial to physical densities and energies required for equations of state, it is necessary to add an equation that would describe how the volume concentration of components changes. This approach assumes that all components are present every time at every point in the mixture and they must be in interaction with each other. These interactions are called pair interactions. They are well founded and thoroughly described in [2-5].

Since all components of a mixture are present at each point  $(x, y, z, t)$ , its density, velocity and specific energy result from “instantaneous” conservation laws by summing the partial densities, velocities and specific energies of components. They are continuous in the  $x, y, z, t$  space because they were obtained by summing the continuous partial quantities for components. The differential equations for the mixture and those for its components must be not only interrelated but also transformable into each other because both express conservation laws. Necessary conditions for the derivation of conservation laws for a mixture through summing those for its components are in the form of forces and energy fluxes proportional to the difference between mixture and component velocities. In other words, if a component moves in a mixture, the mixture acts on the component and the component exchanges energy with the mixture. Such an interaction between a component and a mixture is called cluster interaction [6]. It vanishes when the velocity of the component becomes equal to that of the mixture.

Since the density and specific energy of the mixture are derived by summing the partial densities and specific energies of its components, they cannot be related by an equation of state and then the velocity of sound in the mixture cannot be defined with the formula

$$C^2 = \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s$$

which is only valid for components. At the same time, the velocity of weak signal in a mixture must be dependent on sound velocities and concentrations of its components. Such a dependence is proposed and justified in the paper.

Until recently, no multicomponent flow models with cluster interaction could be found in the literature. Without this interaction, the conservation laws of mixtures in such models cannot be derived by summing the conservation laws of their components [2,4,5].

The work was supported by Russian Fund for Basic Research, Grants 10-01-00032 and 10-01-96001.

#### REFERENCES

1. **K.A. Rakhmatullin**, Hydrodynamics of interpenetrating compressible flows. J. Applied Mathematics and Mechanics, 1956, V.20, Is.27, P.184-195.
2. **A.N. Krayko, R.I. Nigmatulin, V.K. Starkov, and L.B. Sternin**, Multiphase flow mechanics. Science and Technology Summary: Hydromechanics, 1973, V.6, P. 93-174.
3. **V.V. Struminsky**, The effect of diffusion rate on mixed gas flows. J. Applied Mathematics and Mechanics, 1974, V.38, Is.2, P.203-210.
4. **R.I. Nigmatulin**, Heterogeneous flow mechanics. Moscow, NAUKA Publishers, 1978.
5. **N.N. Yanenko, R.I. Soloukhin, A.N. Papyrin, and V.M. Fomin**, Supersonic two-phase flows with non-equilibrium particle velocities. Novosibirsk, NAUKA Publishers, 1980.
6. **V.F. Kuropatenko**, A multicomponent flow model. Transactions of Academy of Sciences, 2005, V.403, #6, P.761-763.