



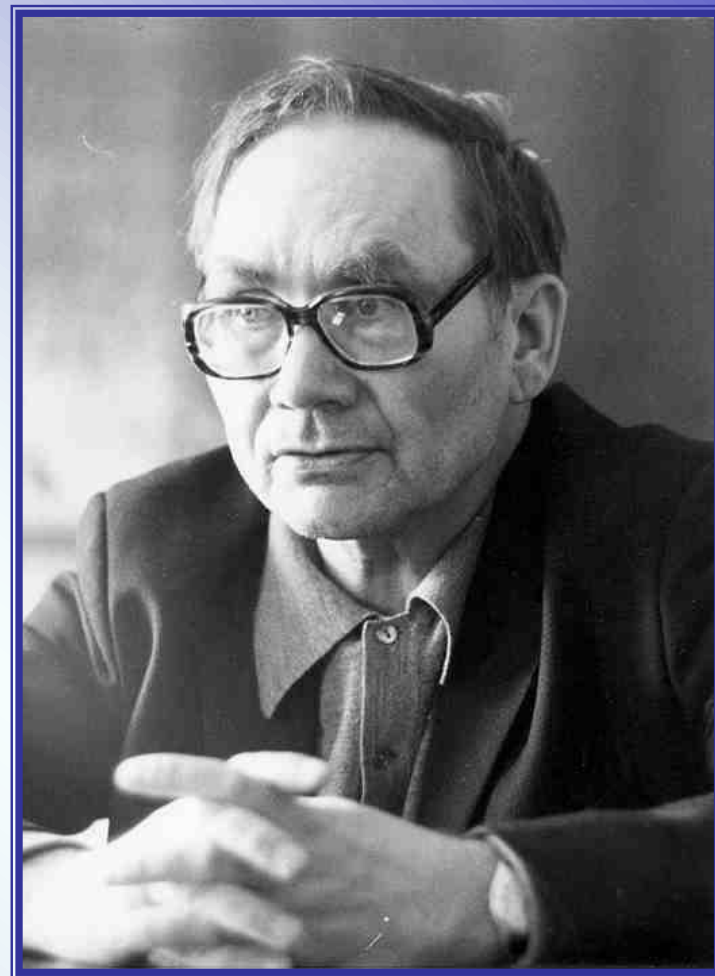
**В.Ф. Куропатенко**

# ***Моделирование динамических процессов в сплошных средах. Модели и методы***

***Международная конференция «Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика», посвященная 90-летию со дня рождения академика Н.Н.Яненко***

***30.05 – 04.06.2011 г.  
г. Новосибирск***

**Этот доклад посвящается памяти  
первого идейного и научного  
руководителя и начальника  
математического отделения  
Российского Федерального  
Ядерного Центра –  
ВНИИ Технической физики  
действительного члена АН СССР**



**Николая Николаевича Яненко**

## 2. Немного истории

Работы по математическому моделированию при решении ядерной проблемы начались в СССР до появления электронных вычислительных машин (ЭВМ).

Расчеты задач проводились вручную бригадами математиков в разных организациях, часть из которых позже вошли в нынешний ИПМ им. М.В.Келдыша.

Конструкции ядерных зарядов были сферически симметричными, и расчеты велись в одномерном приближении.

**Н.Н. Яненко в 1948 г. начал работать в группе академика А.Н. Тихонова и активно участвовал в расчетах первых советских ядерных зарядов.**

### 3. Еще немного истории

Расчеты первой стадии работы заряда велись в отделе К.А.Семендяева, а энерговыделение рассчитывалось в отделе А.Н.Тихонова.

Здесь Н.Н.Яненко исследовал уравнения модели Томаса-Ферми и построил широкодиапазонное уравнение состояния.

За эти работы в 1953 году Николай Николаевич был удостоен звания лауреата Государственной премии СССР.

1953 – награжден орденом Трудового Красного Знамени

1955 – награжден вторым орденом Трудового Красного Знамени

## **4. Первые шаги математиков РФЯЦ-ВНИИТФ**

**В 1955 г. Н.Н. Яненко возглавил математическое отделение РФЯЦ-ВНИИТФ. Из выпуска 1956 г. он набрал на работу более 40 лучших математиков, механиков и электронщиков из разных ВУЗов СССР.**

**Почти год математики проходили стажировку и обучение в разных отделах ОПМ, где уже были созданы программы, по которым велись расчеты ядерных зарядов на ЭВМ.**

**Камнем преткновения у всех был расчет ударных волн. В 1950 г. был опубликован метод Неймана – Рихтмайера, в 1954г. – метод Лакса.**

**В отделе К.А.Семендяева вместо метода характеристик стал применяться метод С.К.Годунова, в отделах И.М.Гельфанда и А.Н.Тихонова для расчетов газодинамики с излучением и энерговыделением – метод типа Неймана – Рихтмайера.**

## **5. Старт математического марафона в РФЯЦ-ВНИИТФ**

**К середине 1957г. программы, необходимые для расчетов основных физических процессов в ЯЗ, были переданы из ИПМ на Урал, в Снежинск, где в это время была запущена СТРЕЛА-7.**

**Вместе с расчетами под руководством Н.Н.Яненко сразу же началась работа по совершенствованию применяемых методов и созданию своих программ. Он сформулировал четыре стратегические задачи:**

- 1. Повышать точность математических моделей (численных методов и разностных схем).**
- 2. Повышать экономичность разностных схем.**
- 3. Повышать точность физических моделей (УРС).**
- 4. Создать набор аналитических решений для тестирования численных методов.**

## **6. Основная цель**

**Специфика работ определялась тремя факторами:**

- 1. Невозможностью провести натурные испытания ядерного заряда в лабораторных условиях.**
- 2. Хроническим отставанием отечественной вычислительной техники по основным параметрам от ЭВМ США.**
- 3. Необходимостью создания конструкций ядерного оружия, не уступающих по своим характеристикам создаваемым в США.**

**Целью всех проводимых работ было создание системы моделей и методов для обеспечения высокой точности моделирования динамических процессов в ЯЗ.**

## 7. Направления работ

Для достижения поставленной цели работы велись по следующим направлениям:

- создание моделей динамических процессов в сплошных средах,
- создание уравнений состояния веществ
- создание методов расчета ударных волн, волн разрежения, поверхностей фазовых переходов и разрушения,
- построение аналитических решений.

**У истоков этих работ в математическом отделении стоял Н.Н. Яненко. Его ученики А.Ф. Сидоров, В.А. Сучков, В.Д. Фролов, Ю.Я. Погодин, В.Е. Неуважаев, Н.Н. Анучина, В.Ф. Куропатенко, А.Н. Коновалов достойно продолжили его дело.**



## 8. Основные результаты

В результате проведенных работ созданы:

- метод расщепления по физическим процессам и по направлениям,
- аналитические решения для контроля точности созданных методов и моделей,
- однородный метод расчета ударных волн,
- неоднородный метод расчета нестационарных движений сплошных сред с ударными волнами, волнами разрежения, контактными разрывами и фазовыми переходами,
- уравнения состояния металлов и горных пород,
- уравнения состояния продуктов взрыва плотных ВВ
- модель прочности и откольного разрушения,
- модель многокомпонентной многоскоростной неравновесной среды.

## 9. Основные результаты (Продолжение)

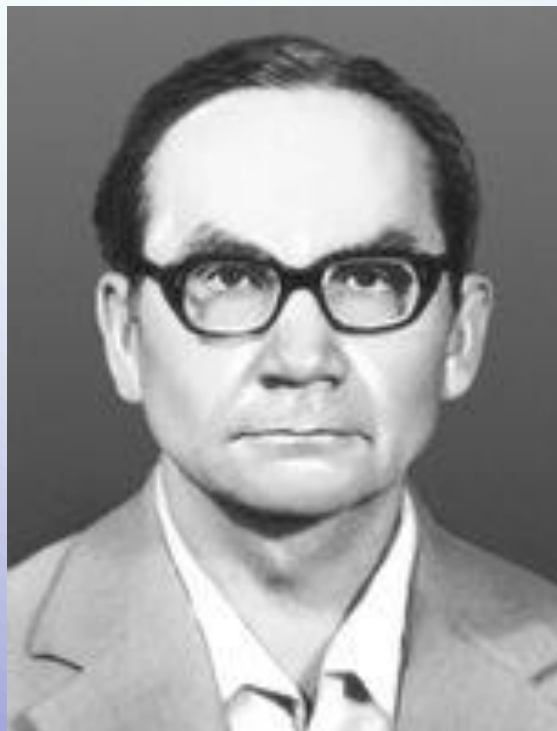
Для расчета двумерных задач газодинамики с теплопроводностью был предложен ряд схем, основанных на *методе расщепления* (Н.Н.Яненко, В.А.Сучков, Ю.Я.Погодин, В.Д.Фролов, А.С.Жариков, В.Ф.Куропатенко).

Были разработаны и реализованы в программах:

- **методы расчета нейтронной плотности**
- **схемы решения краевых задач теории упругости.**

**Уровень перечисленных разработок был так высок, что длительное время определял место математических работ сектора на самых передовых рубежах вычислительной математики в масштабах страны.**

## 10. Публикация результатов



За 1959-1963гг. было опубликовано 20 работ в центральных математических журналах, 8 направлены в печать в 1963г., подготовлены 5 кандидатских диссертаций

Журнал	ДАН СССР	Известия вузов	ПММ	ЖВММФ
Число работ	10	4	5	1

# 11. Модели физических процессов

Поведение физических систем под действием динамических нагрузок описывается уравнениями механики сплошной среды (МСС) – системой законов сохранения

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \bar{\mathbf{U}} = 0, \quad \rho \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} + \operatorname{grad} P - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \bar{\mathbf{S}}_i}{\partial x_i} - \bar{\mathbf{F}} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon) + \operatorname{div} ((\rho \varepsilon + P) \bar{\mathbf{U}} - \bar{\mathbf{q}}) - \sum_{i,k=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} (\mathbf{S}_{ik} U_{ik}) - Q = 0. \quad (2)$$

Эти уравнения являются общими для любых веществ, уравнения же состояния  $P=P(\rho, T)$ ,  $E=E(\rho, T)$  описывают индивидуальные свойства вещества.

Функции  $S$ ,  $\bar{\mathbf{q}}$ ,  $\bar{\mathbf{F}}$ ,  $Q$ , характеризуют девиатор тензора напряжений, тепловые потоки, взаимодействие вещества с гравитационным, электромагнитным и др. полями, энерговыделение при химических и ядерных реакциях и при воздействии проникающих излучений. Их конкретный вид приводит к появлению частных моделей.

## 12. Однородные методы расчета ударных волн

В однородных методах каждый сильный разрыв заменяется непрерывным течением в слое конечной ширины (дистракция). В этом слое растет энтропия.

**Известно 4 принципиально разных механизма диссипации энергии.**

Год первой публикации	Авторы метода расчета	Страна	Механизм диссипации энергии
1950 г.	Д.Нейман, Р.Рихтмайер [1]	США	псевдовязкость
1954 г.	П.Лакс [2]	США	аппроксим. вязкость
1957 г.	С.К.Годунов [3]	СССР	распад произв. разрыва
1960 г.	В.Ф.Куропатенко [4]	СССР	уравнения Гюгонио

1. Neumann J., Richtmayer R. A method for the numerical calculation of hydrodynamical shocks // J. Appl. Phys. –1950. – V.21, №3 – pp.232-237.
2. Lax P.D. Weak solution of nonlinear hyperbolic equations and their numerical computations //Comn. Pure and Appl. Math. – 1954. – V.7 – pp.159-193.
3. Годунов С.К. Разностный метод расчета ударных волн //УМН. –1957. –Т.12, вып.1. – С. 176-177.
1. Куропатенко В.Ф. Метод расчета ударных волн //ДАН СССР.– 1960. – В.3, №4. – С. 771-772.

# 13. Характеристики предшествующих методов

**1. Метод Н.-Р.** Недостатки: немонотонность, жесткое условие устойчивости  $\Delta t a/h \leq 0,25$ , наличие эмпирических констант. Достоинства: разделение решений на сжатие и разрежение, слабая диссипация на непрерывных решениях.

**2. Метод Лакса.** Недостатки: сильное размазывание любых разрывов, большая диссипация энергии, искажение начальных данных при  $\Delta t = 0$ . Достоинств нет.

**3. Метод Годунова.** Достоинства: лежащая в основе метода физическая идея о распаде произвольных разрывов в каждой точке сетки, монотонность, отсутствие эмпирических констант. Недостатки: сильная диссипация энергии на непрерывных решениях, дивергентность.

**4. Наш метод:** максимум перечисленных достоинств и минимум недостатков.

**Всем однородным методам свойственно образование энтропийных следов.**

## 14. Неоднородный метод

В 1965г. был создан **неоднородный метод расчета нестационарных движений сплошных сред**, в котором выделяются все существенные разрывы. Его применение устранило образование энтропийных следов возле контактных границ и в зонах взаимодействия ударных волн и резко повысило точность расчетов в целом. Для расчета ударных волн к законам сохранения на разрыве

$$P_1 - P_0 - W(U_1 - U_0) = 0, \quad U_1 - U_0 - W(V_1 - V_0) = 0,$$

$$P_1 U_1 - P_0 U_0 - W(E_1 - E_0) - 0,5W(U_1^2 - U_0^2) = 0$$

добавляется уравнение вдоль поверхности разрыва

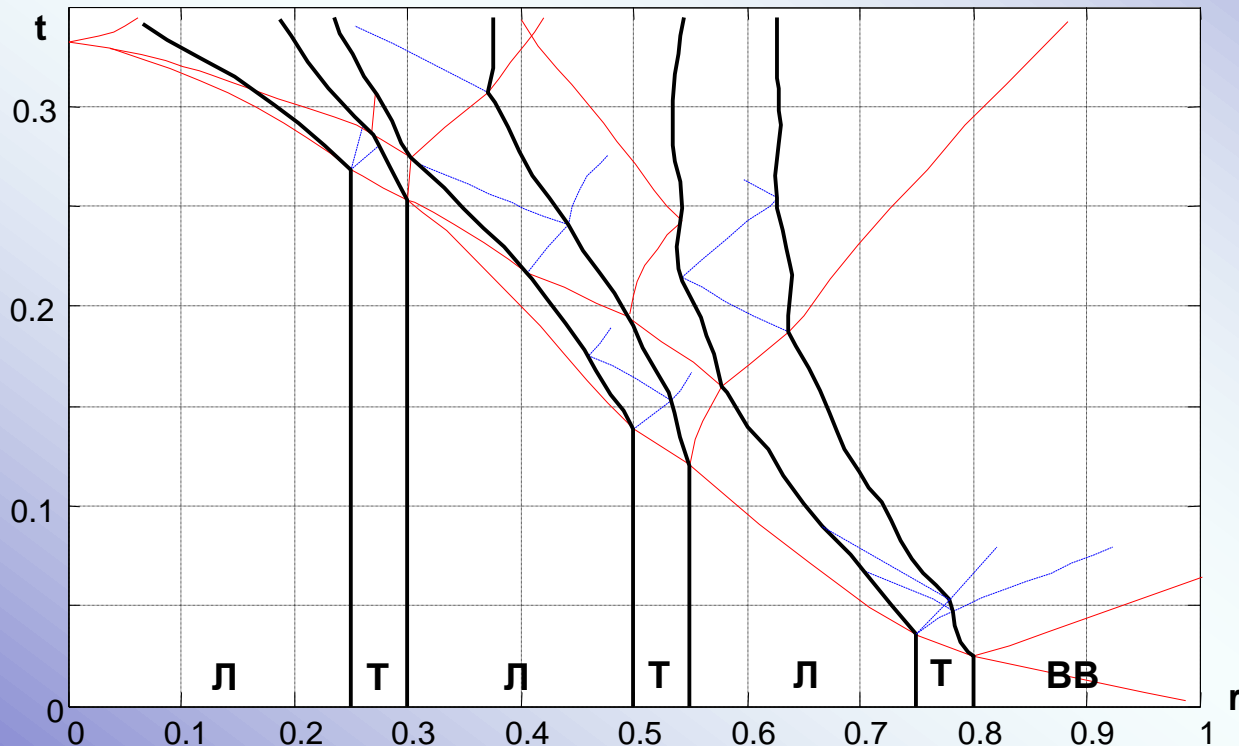
$$\frac{dP_1}{dt} + \frac{a_1^2}{W} \frac{dU_1}{dt} + \frac{a_1^2 - W}{W} \frac{\partial P_1}{\partial m} + \frac{(\alpha - 1)U_1 V_1 a_1^2}{r} = 0,$$

где  $\alpha = 1, 2, 3$  – тип симметрии течения. Это уравнение аппроксимируется разностным уравнением.

# 15. Неоднородный метод

При возникновении произвольных разрывов рассчитывается их распад.

При расчете слабых разрывов применяются условия на слабых разрывах.



На рисунке приведена картина сильных, слабых и контактных разрывов в переменных  $r, t$  в сферической многооболочечной конструкции после взрыва наружного слоя ВВ.



# 16. Явный безусловно устойчивый метод

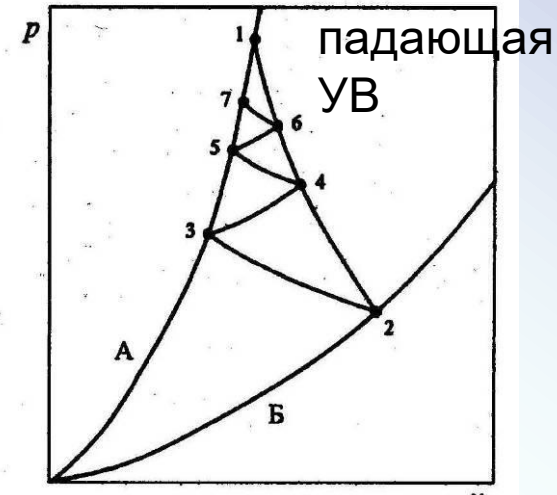
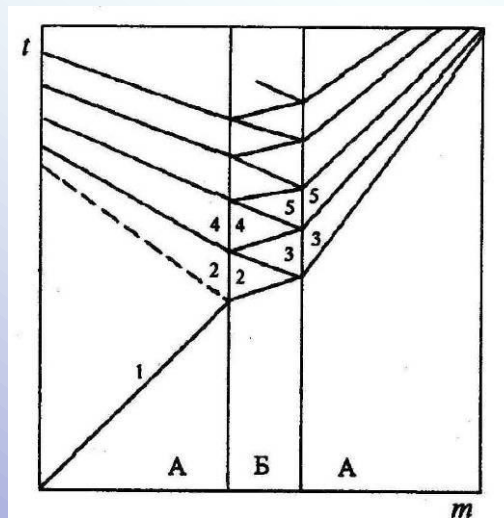
1. В многопроцессорных ЭВМ эффективность неявных РС падает.

2. Явные РС неэффективны при счете систем с очень тонкими слоями (разномасштабность).

Основная идея: значения  $P_i^*$ ,  $U_i^*$  определять суммированием по основанию характеристического треугольника



$$P_i^* = \sum_{k=-v_1}^{v_2} P_{i+k}^n \beta_{i+k}, \quad U_i^* = \sum_{k=-v_1}^{v_2} U_{i+k}^{n+1} \beta_{i+k}, \quad \beta_i = \frac{h_i}{a_i \Delta t}.$$



$h$  – толщина легкого слоя

За тонким слоем:

$\Delta x = 5h, \Delta P/P_1 \approx 0,5,$

$\Delta x = 20h, \Delta P/P_1 \approx 0,2,$

$\Delta x = 200h, \Delta P/P_1 \approx 0,01,$

Затраты времени ЭВМ ~  
в 50 раз меньше.

# 17. Требования к моделированию свойств материалов

В области значений

$$0 \leq P \leq 10^2 \text{ ТПа}, \quad 0 < T < 10^3 \text{ КК}, \quad 0 < \rho/\rho_{0к} < 15 \div 20$$

точность уравнений, описывающих свойства веществ, должна быть одинаково высокой.

Тензор напряжений разделяется на давление и девиатор. Уравнение состояния (УРС) должно описывать свойства веществ во всех фазовых состояниях и переходы из одной фазы в другую.

Неравновесность фазовых переходов описывается кинетическими уравнениями.

Определяющие уравнения для упругости, пластичности и вязкости связывают компоненты девиатора тензора напряжений с соответствующими деформациями или скоростями их изменения.

# 18. Уравнение состояния. Холодная энергия

Удельная внутренняя

энергия имеет вид  $E = E_x(V, e_{ij}^y) + E_T(V, T, e_{ij}^p)$ ,

где  $V$  – удельный объем,  $T$  – температура,

$e_{ij}$  – компоненты девиатора тензора деформаций.

$$E_x = E_n(V) + E_{0a}(V) + E_{0e}(V) + E_y(e_{ij}^y)$$

$E_n$  – энергия потенциального взаимодействия атомов,

$E_{0a}$  – энергия нулевых колебаний атомов,  $E_{0e}$  – энергия вырожденных электронов,  $E_y(e_{ij}^y)$  – энергия упругой дисторсии.

По определению

$$P = - \left( \frac{\partial E}{\partial V} \right)_s, \quad P_x(V) = - \frac{dE_x}{dV}, \quad P_{0a}(V) = - \frac{dE_{0a}}{dV}$$

$$P_{0e} = - \frac{dE_{0e}}{dV}, \quad \tau_{ij}^y = \frac{3}{2V} \frac{\partial E_y}{\partial e_{ij}^y}.$$

# 19. Уравнение состояния. Тепловая энергия.

Удельная тепловая энергия

$$E_T(V, T) = E_a(V, T) + E_e(V, T) + E_{\text{изл}}(V, T) + E_p(e_{ij}^p).$$

Для составляющих  $E_T(V, T)$  приняты выражения

$$E_a = \frac{AT^n}{(\theta(V) + T)^{n-1}}, \quad E_e = f(V)T^2 \frac{d\Omega(T)}{dT}, \quad E_{\text{изл}} = \frac{4\sigma T^4}{\rho C}.$$

Выражение  $E_a(V, T)$  соответствует теплоемкости

$$C_v = \frac{AT^{n-1}(n\theta(V) + T)}{(\theta(V) + T)^n}.$$

Она очень близка к теплоемкости Дебая.

Функции  $\theta(V)$ ,  $f(V)$ ,  $\Omega(T)$  подбираются из условий наилучшего описания экспериментальных данных по ударному сжатию, тепловому расширению  $V(T)$  и зависимости  $C_p(T)$  при  $P=10^{-4}$  ГПа .

## 20. Фазовые переходы

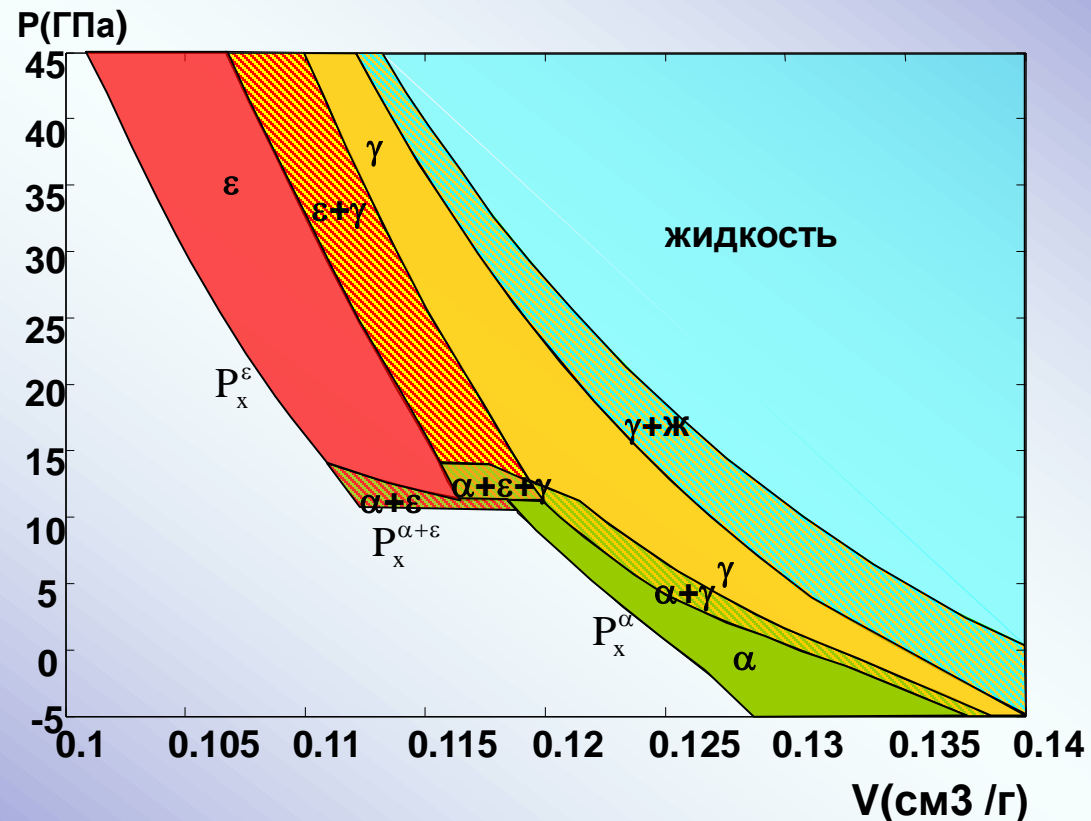
Уравнения состояния моделируют в равновесном приближении полиморфные переходы, плавление, испарение, диссоциацию, ионизацию.

Условия равновесия фаз – непрерывность  $P$ ,  $T$  и термодинамического потенциала  $H = E + PV - TS$ .

Границы между фазами:

- в переменных  $P$ ,  $T$  – линии,
- в переменных  $P$ ,  $V$  – области равновесной смеси фаз.

Пример: фазовая диаграмма железа в переменных  $P$ ,  $V$ .



# 21. УРС продуктов детонации ВВ

УРС ПД имеет вид

$$P = (\gamma(\rho) - 1)\rho E + J(\rho).$$

Для определения  $\gamma(\rho)$  и  $J(\rho)$  предложен принципиально новый метод, использующий экспериментальные измерения зависимостей  $D_{ж}(\rho_0)$ ,  $U_{ж}(\rho_0)$ ,  $Q(\rho_0)$ . По ним определяются  $\gamma(\rho_0)$  и  $J(\rho_0)$ , которые затем преобразуются в  $\gamma(\rho)$  и  $J(\rho)$ . Они аппроксимируются более простыми функциями

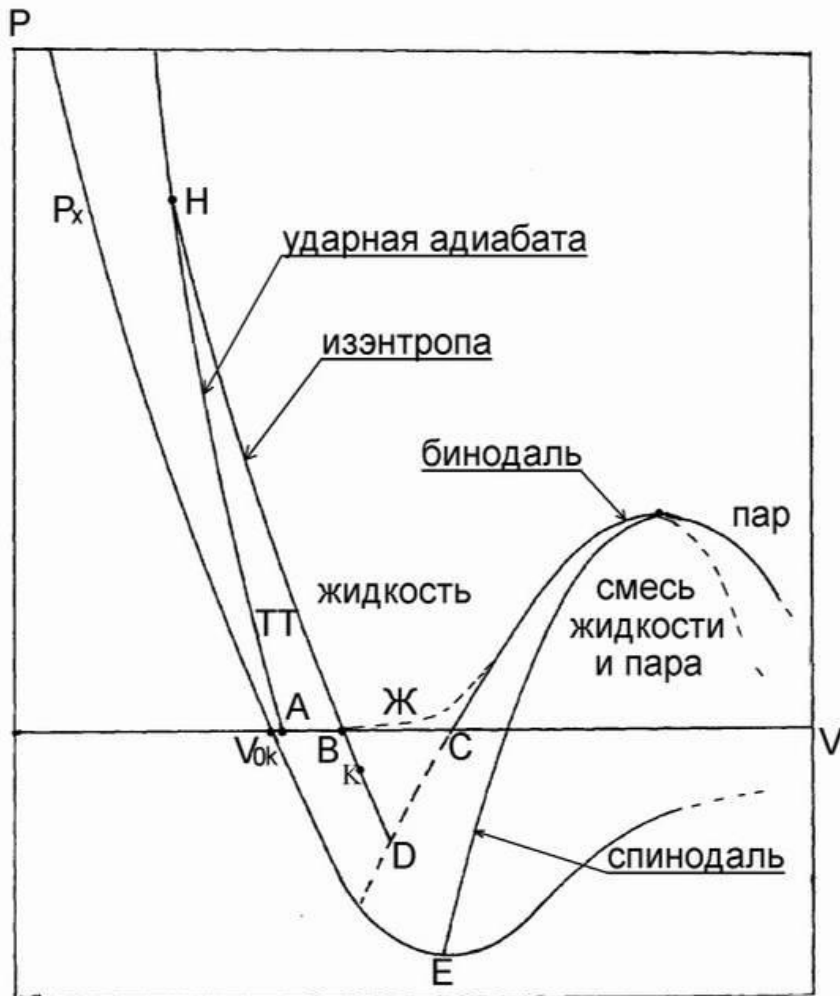
$$\text{при } x > 1 \quad \gamma = \gamma_{\infty}, \quad J = \rho_{0k} D_k^2 A (x - 1)^m,$$

$$\text{при } x \leq 1 \quad \gamma = \gamma_0 + (\gamma_{\infty} - \gamma_0)x(3 - 3x + x^2), \quad J = 0,$$

где  $x = \rho / \rho_{0k} \delta_*$ . Каждое ВВ характеризуется двумя величинами  $\rho_{0k}$  и  $D_k$ . Параметры УРС ПД определены для основных ВВ: тротил, тетрил, ТГ50/50, тэн, гексоген, октоген.

## 22. Модель откольного разрушения

Состояние вещества в области, где  $P < 0$ , метастабильно. Скорость роста микродефектов зависит от  $P$ , от расстояния до границы устойчивости и от концентрации микрповреждений. Схема деформаций приведена на рисунке.



Ударная адиабата нагрузки АН – на ней вещество упрочняется. Изэнтропа разгрузки HD. В области BD  $P < 0$ , концентрация микрповрежденности растет. При значении  $P=P_K$  микропоры сливаются в трещину и происходит фрагментация вещества (откольное разрушение).

$$\text{При } \frac{dP}{dt} = -\infty$$

разрушение происходит при  $P_K=P_D$ , при малых  $\frac{dP}{dt}$  (статическая разгрузка) разрушение происходит при  $P_D \ll P_K < 0$ .

## 23. Аналитические решения

Все аналитические решения строились для контроля точности применяемых методов расчета. Их можно разделить на группы:

- бегущие волны,
- ударные волны,
- сходящиеся к центру симметрии оболочки,
- захлопывание сферически симметричных полостей в сжимаемом конденсированном веществе,
- взаимодействие волн разрежения, образованных при мгновенном прогреве конденсированного сжимаемого вещества, приводящее к откольному разрушению,
- выход ударной волны на свободную поверхность конденсированного сжимаемого вещества и движение свободной поверхности.



# 24. Аналитическое решение

## Выход УВ на свободную поверхность металла

На рис.1 приведены траектории разрывов в задаче о выходе УВ на свободную поверхность 1, 4. На рис. 2 изображена зависимость давления на характеристике 1, 3 от массы вещества между ней и свободной границей 1, 4. Откольное разрушение происходит в одной точке 3, где  $P=P_{кр}$ . Приводятся зависимости  $P_{min}(m)$ , полученные по 4-ем разным методам.

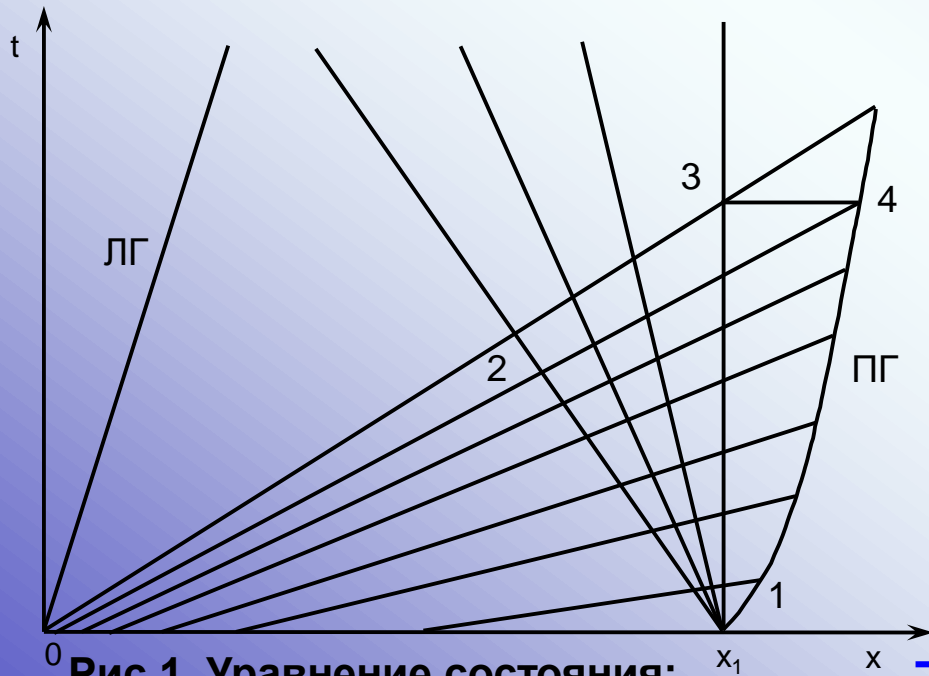
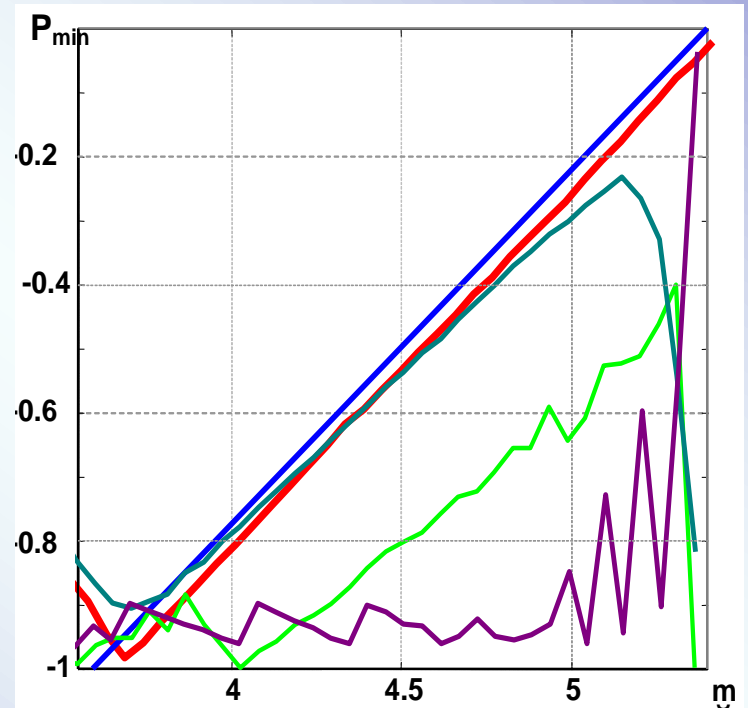


Рис.1. Уравнение состояния:

$$P = (\gamma - 1)\rho E + C_{ок}^2 (\rho - \rho_{ок}),$$

при  $\gamma=3, \rho_{ок}=1, C_{ок}=1$ .



- аналитика, — расчет по новой РС,
- расчет по РС Годунова,
- расчет по РС Неймана-Рихтмайера,
- расчет по РС Лакса-Вендрофа.

## 25. Поведение погрешностей

Задача об уединенном отколе имеет аналитическое решение. На Рис.1 и Рис.2 приведены зависимости относительных погрешностей определения места (Рис.1) и времени (Рис.2) возникновения откола от числа точек сетки в расчетах однородным (1) и неоднородным (2) методами.

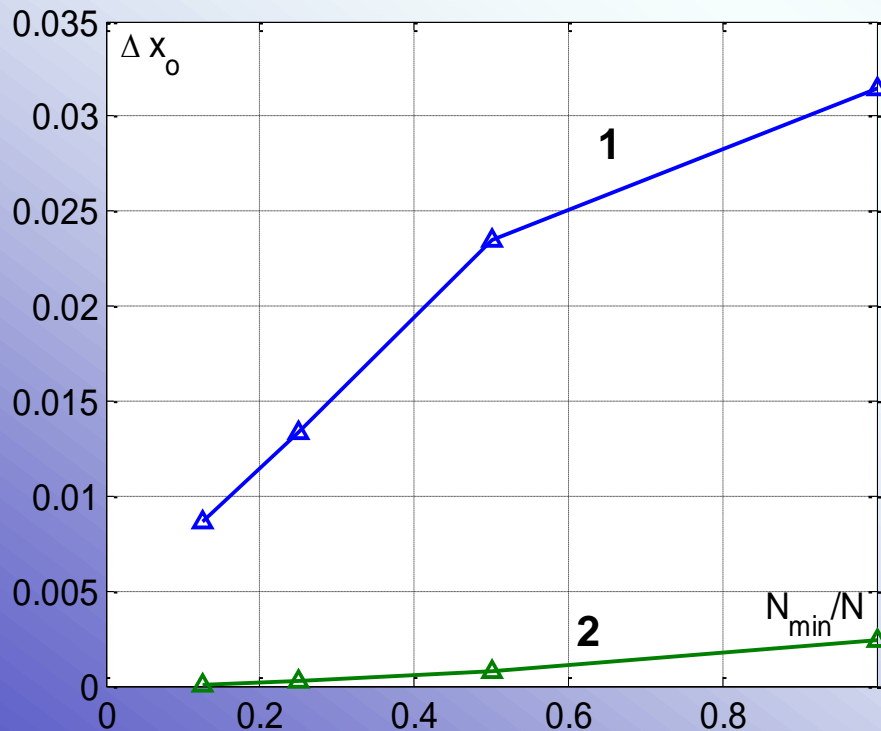


Рис.1.

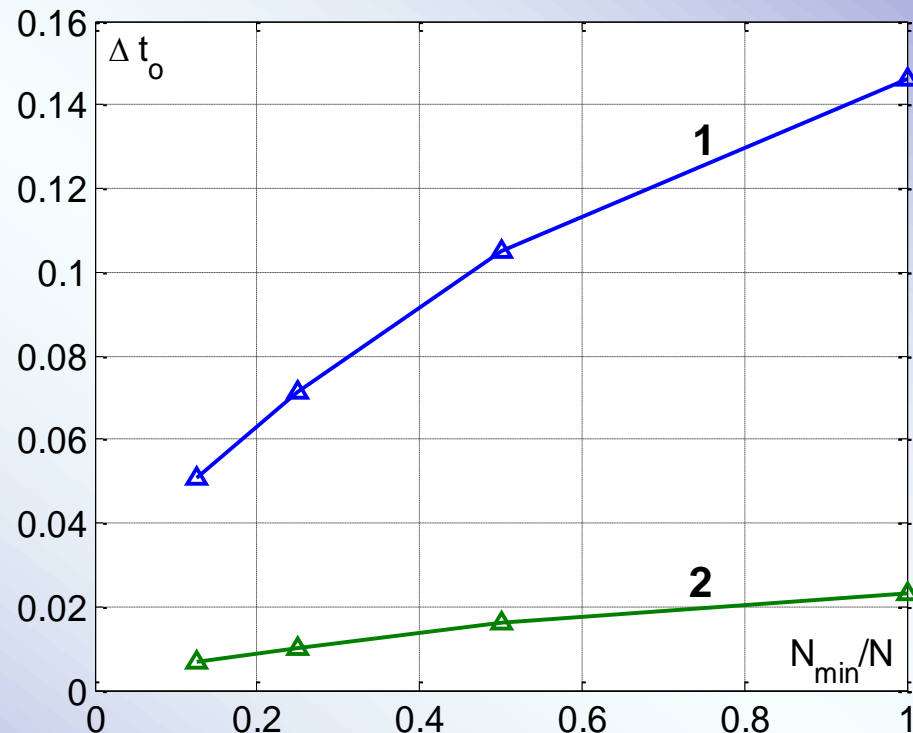


Рис.2.

## 26. Новые модели

Любое тело состоит из микрочастиц (молекулы, атомы и т.д.) Они взаимодействуют друг с другом.

**Моделирование среды на микроуровне не по силам даже современным ЭВМ. Поэтому появились модели мезочастиц:**

- Модели частиц в ячейках.
- Модели молекулярной динамики.
- Модели мезоуровневой пластичности.
- Модели многокомпонентных сред.

Все эти модели – математические абстракции **мезоуровня**.

Сплошная среда – математическая абстракция **макроуровня**.

## 27. Пути развития МСС

Чистых веществ в природе нет. **Все т.н. сплошные среды в действительности структурно неоднородны.**

Точность физических моделей вычислительной механики зависит от глубины учета структурных неоднородностей среды.

Пути развития:

1. Создание многоуровневых моделей, учитывающих свойства, проявляемые на каждом мезоуровне между микро- и макроуровнями.
2. Создание уравнений состояния веществ, основанных на "первых принципах" и не содержащих эмпирических констант.

## 28. Переход от микро к макро. Мгновенные законы сохранения

В конечном произвольном объеме  $\Delta\theta$  находится  $n$ -частиц с характеристиками:  $m_v$ ,  $\bar{U}_v$ ,  $E_v$ . Объединим их в одну мезочастицу с объемом  $\Delta\theta$ . Из законов сохранения при **t=const** получим

$$\Delta M = \sum_{v=1}^n m_v, \quad \rho_c = \frac{\Delta M}{\Delta\theta}, \quad (1)$$

$$\bar{U}_c = \sum_{v=1}^n \eta_v \bar{U}_v, \quad E_c + 0,5\bar{U}_c^2 = \sum_{v=1}^n \eta_v (E_v + 0,5\bar{U}_v^2), \quad (2)$$

где  $\eta_v = m_v / \Delta M$ .

Второе уравнение (2) преобразуется к виду

$$E_c = \sum_{v=1}^n \eta_v \left( E_v + 0,5(\bar{U}_v - \bar{U}_c)^2 \right).$$

## 29. Система уравнений i-го компонента

В случае идеальной среды без теплопроводности и химической реакций законы сохранения i-го компонента имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i \rho_i) + \nabla(\alpha_i \rho_i \bar{U}_i) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i \rho_i \bar{U}_i) + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_k}(\alpha_i \rho_i \bar{U}_i U_{ik}) + \nabla \Pi_i - \bar{R}_i + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_k}(\bar{F}_{ik}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i \rho_i \varepsilon_i) + \nabla(\bar{U}_i (\Pi_i + \alpha_i \rho_i \varepsilon_i)) - W_i - \bar{R}_i \bar{U}_i + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_k}(\bar{F}_{ik} \bar{U}_i) + \nabla \bar{Q}_i = 0. \quad (3)$$

Они дополняются уравнениями  $\varepsilon_i = E_i + 0,5 \bar{U}_i^2$ ,  $\Pi_i = \alpha_i P_i$ ,

уравнениями состояния  $P_i = P_i(\rho_i, E_i)$ ,  $T_i = T_i(\rho_i, E_i)$  и

уравнениями для функций взаимодействия  $W_i$ ,  $\bar{R}_i$ ,  $\bar{F}_{ik}$ ,  $\bar{Q}_i$ .

## 30. Два типа взаимодействия

**1. Парные взаимодействия.** Обмен импульсом и энергией  $i$ -го компонента с каждым из остальных ( $j=1,2,\dots,N$ ) определяется величинами

$$\bar{R}_i = \alpha_i \sum_{j=1}^N \alpha_j \frac{a_{ij} \rho_i \rho_j}{\tau_{ij}^u \rho} (\bar{U}_j - \bar{U}_i),$$
$$W_i = \alpha_i \sum_{j=1}^N \alpha_j \left( \frac{b_{ij}}{\tau_{ij}^p} (P_j - P_i) - \frac{c_{ij} (\rho_i C_{vi} + \rho_j C_{vj})}{\tau_{ij}^o} (T_j - T_i) \right).$$

Величины  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$ ,  $c_{ij}$ ,  $\tau_{ij}^u$ ,  $\tau_{ij}^p$ ,  $\tau_{ij}^T$  учитывают особенности взаимодействия  $i$ -го и  $j$ -го компонентов.

**2. Кластерное взаимодействие.** Оно описывается универсальными силами  $F_i$  и потоками энергии  $\bar{Q}_i$

$$\bar{F}_{ik} = -0,5 \alpha_i \rho_i (\bar{U} - \bar{U}_i) (U_k - U_{ik}), \quad \bar{Q}_i = 0,5 \alpha_i (\bar{U} - \bar{U}_i) (P_i + \rho_i E_i).$$

# 31. Ударная волна в смеси

1. УВ  $\equiv$  слой конечной ширины, состоящий из **сильного разрыва и зоны релаксации**.

2. На сильном разрыве все величины изменяются скачком. Независимо от состояния компонентов перед разрывом их состояние за разрывом всегда неравновесно

$$U_i \neq U, \quad P_i \neq P, \quad T_i \neq T.$$

3. На поверхности сильного разрыва (за ним) начинаются релаксационные процессы установления равновесия

$$U_i \rightarrow U, \quad P_i \rightarrow P, \quad T_i \rightarrow T.$$

Эти процессы протекают в области конечного размера  $\Delta x$ , которая трактуется как ширина фронта ударной волны.

Такая структура УВ подтверждается экспериментами из работы: Долгобородов А.Ю., Воскобойников И.М., Толстов И.К., Судариков А.В. Особенности распространения ударных волн в смесях// **ФГВ. Т.28, №3. 1992 С.106-111.**



## 32. Уравнения на разрыве

На сильном разрыве законы сохранения имеют вид

$$(V_{i+} - V_{i-})W_i + (U_{i+} - U_{i-}) = 0,$$

$$(U_{i+} - U_{i-})W_i - [(P_i + F_i)_+ - (P_i + F_i)_-] = 0,$$

$$(E_{i+} - E_{i-})W_i - \frac{1}{2}((P_i + F_i)_+ + (P_i + F_i)_-)(U_{i+} - U_{i-}) - Q_{i+} + Q_{i-} = 0.$$

Эти уравнения дополняются уравнениями

$$F_{i+} + 0,5\rho_{i+}(U_+ - U_{i+})^2 = 0, \quad Q_{i+} - 0,5(U_+ - U_{i+})(P_{i+} + \rho_{i+}E_{i+}) = 0,$$

$$P_{i+} = P_i(\rho_{i+}, E_{i+}), \quad U_+ = \left( \sum_{i=1}^N \alpha_i \rho_{i+} U_{i+} \right) / \sum_{i=1}^N \alpha_i \rho_{i+},$$

$$W_i = W \left( \frac{\rho_{i-} C_{i-}}{\rho_- C_-} \right).$$

Это система  $7N+1$  уравнений для  $7N+1$  величин.

## 33. Ударные волны в парафино-вольфрамовых смесях

Для проверки модели были взяты экспериментальные данные из статьи: Алексеев Ю.Ф., Альтшулер Л.В., Крупникова В.П. Ударное сжатие двухкомпонентных парафино-вольфрамовых смесей//ПМТФ, №4. 1971. С.152-156.

В экспериментах были измерены зависимости  $D(U)$  для вольфрама, парафина и двух смесей с параметрами:

- Легкая смесь  $\rho_0=2,43972$  г/см<sup>3</sup>,  $\alpha_W=0,084$ ,  $\eta_W=0,662$ .
- Тяжелая смесь  $\rho_0=4,52934$  г/см<sup>3</sup>,  $\alpha_W=0,198$ ,  $\eta_W=0,840$ .

Для уточнения зависимостей  $D(U)$  вольфрама и парафина были привлечены данные, полученные группой под руководством Фортова В.Е., из работ Мак-Куина, Марча и др., из статьи Долгобородова А.Ю., Воскобойникова И.М. и др. а также из различных справочников.

Теоретические ударные адиабаты  $P(D)$  смесей получены для УРС вида

$$P = (\gamma(\rho) - 1)\rho E + C_0^2(\rho - \rho_0).$$

Зависимости  $\gamma(\rho)$  подбирались так, чтобы теоретические ударные адиабаты компонентов совпадали с экспериментальными.

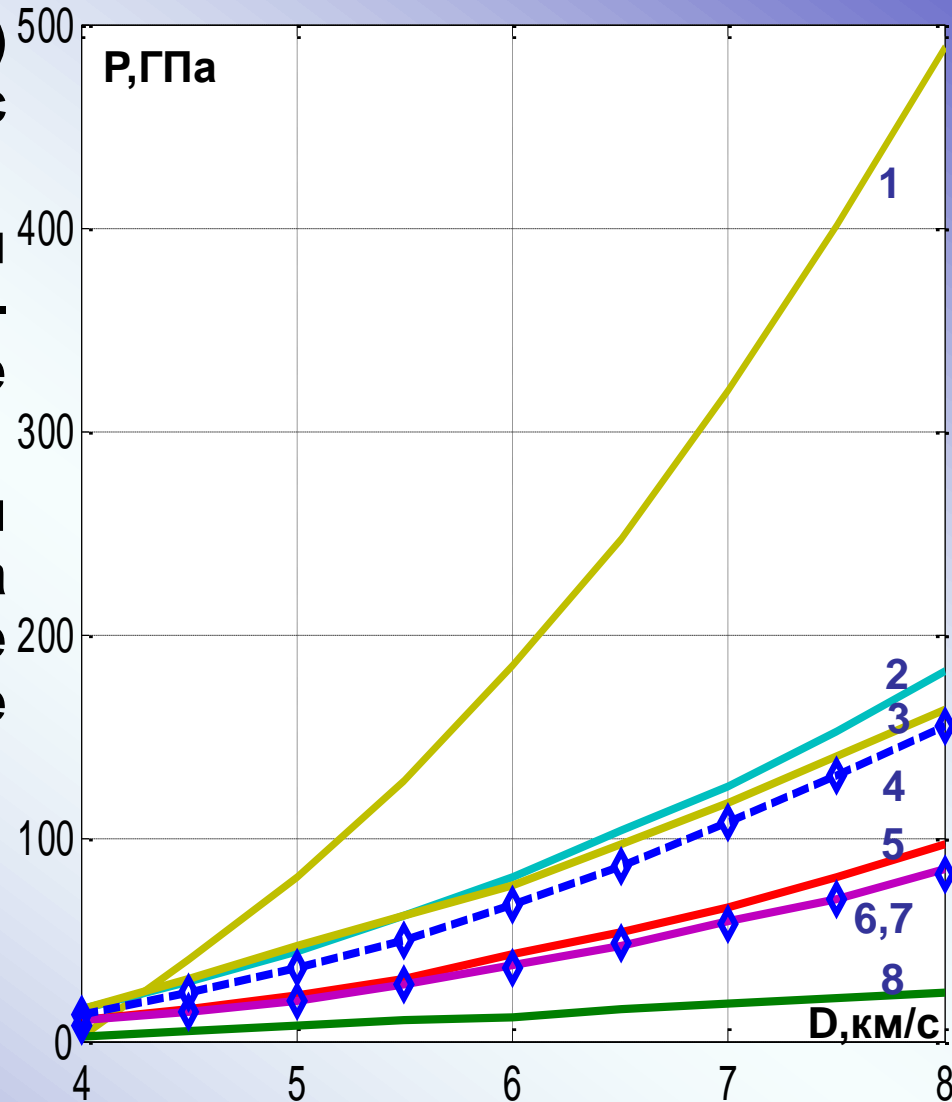
## 34. Ударные адиабаты

вольфрама (1), парафина (8) и двух смесей (2,3,4) с  $\alpha_W=0,198$  и (5,6,7) с  $\alpha_W=0,084$ .

Теоретические зависимости  $P(D)$  без кластерного взаимодействия 2 и 5 лежат выше экспериментальных 3 и 6.

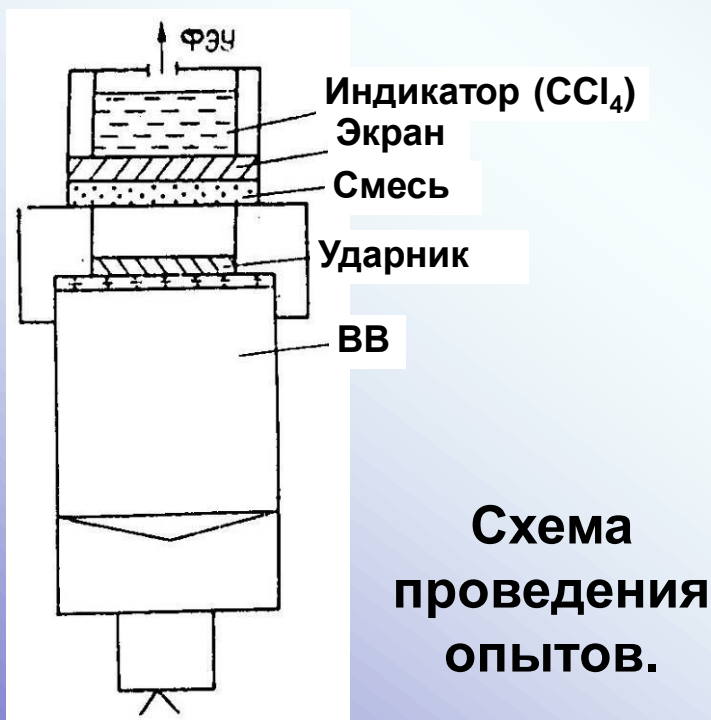
Теоретическая ударная адиабата 4 с поправкой на кластерное взаимодействие для  $\alpha_W=0,198$  лежит ниже экспериментальной 3.

Теоретическая ударная адиабата 7 с учетом кластерного взаимодействия для  $\alpha_W=0,084$  совпадает с экспериментальной 6.

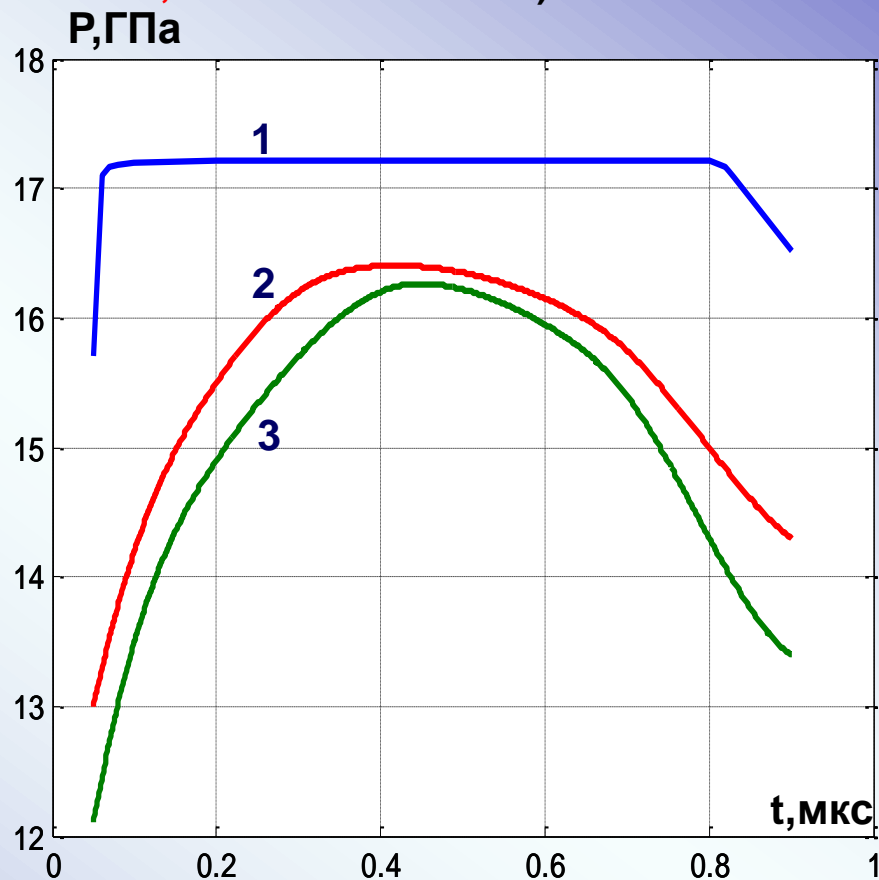


# 35. Экспериментальные измерения ударных волн в смеси вольфрам- парафин

(Долгобородов А.Ю., Воскобойников И.М., Толстов И.К., Судариков А.В. Особенности распространения ударных волн в смесях// **ФГВ. Т.28, №3. 1992. С.106-111**)



Мы вплотную подошли к переоценке результатов экспериментальных измерений ударных волн в смесях.



Зависимость  $P(t)$  на скачке в индикаторе: 1 – образец из одного вещества, 2 –  $\alpha_W=0,2$ , 3 –  $\alpha_W=0,084$ .

## 36. Заключение

Гипотеза о непрерывности сплошной среды позволила ~250 лет назад записать законы сохранения в виде дифференциальных уравнений в частных производных. Для их практического применения потребовались упрощения: гипотеза несжимаемости, стационарность течения, закон Гука и др.

Упрощенные модели с эмпирическими параметрами позволили создать корабли, самолеты, ракеты, технологические процессы.

**Модель сплошной среды верно служила людям почти 200 лет.**

Сегодняшние возможности ЭВМ позволяют начать создание моделей нового поколения без эмпирических параметров.

**Жизнь заставляет нас не описывать эксперимент, а прогнозировать результат.**

**Спасибо  
за  
внимание!**