

В. Ф. КУРОПАТЕНКО

ОБ ОДНОЙ ФОРМЕ ПСЕВДОВЯЗКОСТИ

При расчете решений уравнений гидродинамики с помощью разностных методов «сквозного» счета сильные и слабые разрывы «размазываются», причем характер «размазывания» зависит от выбора вспомогательных величин P^* , U^* (P — давление, U — скорость). В работе [1] предполагается новый метод выбора этих величин. С помощью определенного условия из всех ячеек сетки выбираются ячейки, содержащие сильный разрыв. Показано, что в этом случае при расчете U , P , V , E (V — удельный объем, E — удельная внутренняя энергия) в ячейке сетки с пространственным индексом $1/2$ разности $U_1^* - U_0^*$, $P_1^* - P_0^*$ должны мало отличаться от скачков скорости и давления на фронте ударной волны, находящейся в этой ячейке. Задача определения U^* , P^* сводится к решению системы нелинейных уравнений (условий на сильном разрыве и уравнения состояния)

$$\left. \begin{aligned} (U_+ - U_-) W - P_+ + P_- &= 0, \\ (V_+ - V_-) W + U_+ - U_- &= 0, \\ E_+ - E_- + 0,5 (P_+ + P_-) (V_+ - V_-) &= 0, \\ P &= P(V, E). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

После решения системы (1) полученные значения U_+ , P_+ берутся в качестве вспомогательных значений U^* , P^* . Для сложных уравнений состояния система (1) решается приближенно итерациями, например, по методу хорд. Из (1) следует, что зависимость между P_+ и U_+ может быть записана в виде

$$P_+ = P_- + W(U_+ - U_-). \quad (2)$$

Для определения скорости перемещения W можно воспользоваться зависимостью между W и скачком скорости на фронте

$$W = \pm a + k p_-(U_+ - U_-). \quad (3)$$

где $a = \sqrt{-\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_s}$, k — некоторая постоянная. Такая зависимость широко используется в газодинамике при вычислении параметров в уравнениях состояния по экспериментальным данным для жидкостей и

твердых тел [2]. В случае идеального газа $P = (\gamma - 1) \frac{E}{V}$ из (1) следует

$$W = \frac{\gamma + 1}{4} \rho_- (U_+ - U_-) \pm \sqrt{a_-^2 + \left[\frac{\gamma + 1}{4} \rho_- (U_+ - U_-) \right]^2}. \quad (4)$$

Легко показать, что при $k = \frac{\gamma + 1}{2}$, $k = \frac{3(\gamma + 1)}{8}$ (3), совпадает с (4) в двух предельных случаях:

$$\begin{aligned} 1) \quad a_- \ll \left| \frac{\gamma + 1}{4} \rho_- (U_+ - U_-) \right|, \\ 2) \quad a_- \gg \left| \frac{\gamma + 1}{4} \rho_- (U_+ - U_-) \right|. \end{aligned}$$

При использовании приближенной формулы (3) для определения W сохраняются все положительные качества метода, изложенного в [1], и исчезают итерации при решении системы (1), т. е. повышается экономичность счета. В некоторых конкретных разностных схемах, следующих из [1], P^* отличается от гидродинамического давления P на величину ω , внешне похожую на физическую вязкость. Использование в этом случае формулы (3) эквивалентно применению псевдовязкости вида

$$\omega = h \left| k \rho h \frac{\partial U}{\partial t} - a \right| \frac{\partial U}{\partial t}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ф. Куропатенко. О разностных методах для уравнений гидродинамики. Тр. матем. ин-та им. В. А. Стеклова, 1966, т. LXXIV, ч. 1, стр. 107.
2. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. Физика ударных волн. М., Физматгиз, 1963.