УДК 532.529

МОДЕЛЬ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ СРЕДЫ С КЛАСТЕРНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

В.Ф. Куропатенко

Российский федеральный ядерный центр – ВНИИ технической физики им. Е.И. Забабахина, г. Снежинск

v.f.kuropatenko@rambler.ru

Поступила в редакцию 16.06.2011

Рассматривается модель многокомпонентной среды с наличием кластерного взаимодействия компонентов со смесью в целом. Силы и потоки энергии, определяющие кластерное взаимодействие, являются необходимым условием получения дифференциальных законов сохранения смеси путем суммирования дифференциальных законов сохранения компонентов. Предлагаются уравнение для объемной концентрации компонента и уравнение, определяющее зависимость скорости сильного разрыва в компоненте от скорости разрыва в смеси. Проводится сравнение результатов моделирования ударных волн в смеси с экспериментом.

Ключевые слова: модель, смесь, компонент, взаимодействие, неравновесность.

Смесь. Законы сохранения

В дифференциальной форме законы сохранения массы, импульса и энергии i-го компонента имеют вид [1, 2]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i\rho_i)+\nabla(\alpha_i\rho_i\mathbf{U}_i)=0, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i\rho_i\mathbf{U}_i)+\nabla\alpha_i P_i+ +\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_k}(\alpha_i\rho_i\mathbf{U}_i U_{ik}+\alpha_i\mathbf{F}_{ik})-\mathbf{R}_i=0, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i\rho_i\varepsilon_i)+\nabla(\alpha_i\mathbf{U}_i(P_i+\rho_i\varepsilon_i))+ +\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_k}(\alpha_i\mathbf{F}_{ik}\mathbf{U}_i)+\nabla\alpha_i\mathbf{Q}_i-S_i=0. \qquad (3)$$

К системе уравнений (1)–(3) добавляется уравнение состояния и зависимость ε_i от E_i

$$P_i=P_i(\rho_i,E_i),\quad T_i=T_i(\rho_i,E_i),$$

$$\varepsilon_i=E_i+0.5\mathbf{U}_i^2. \qquad (4)$$

Новыми по сравнению с [3–6] в этих уравнениях являются вектор $\mathbf{F}_{ik}$, образованный элементами k-й строки тензора F_i, и вектор $\mathbf{Q}_i$. Обмен импульсом и энергией i-го компонента с каждым из остальных компонентов определяется формулами парных взаимодействий [3–7]:

$$\mathbf{R}_i=\sum_{j=1}^{N}\mathbf{R}_{ij},\quad \mathbf{R}_{ij}=\alpha_i\alpha_j\frac{a_{ij}\rho_i\rho_j}{\tau_{ij}^U}(\mathbf{U}_j-\mathbf{U}_i), \qquad (5)$$

$$S_i=\sum_{j=1}^{N}S_{ij},\quad S_{ij}=\alpha_i\alpha_j\times \times\left(\frac{b_{ij}}{\tau_{ij}^P}(P_j-P_i)-\frac{C_{ij}(\rho_i C_{Vi}+\rho_j C_{Vi})}{\tau_{ij}^T}(T_j-T_i)\right). \qquad (6)$$

Уравнения (1)–(6) замыкаются уравнением для объемной концентрации α_i и функциями кластерного взаимодействия $\mathbf{F}_{ik}$ и $\mathbf{Q}_i$:

$$\frac{\partial\alpha_i}{\partial t}+\mathbf{U}\nabla\alpha_i+\Omega_i=0, \qquad (7)$$

$$\mathbf{F}_{ik}=-0.5\rho_i(\mathbf{U}-\mathbf{U}_i)(U_k-U_{ik}), \qquad (8)$$

$$\mathbf{Q}_i=0.5(\mathbf{U}-\mathbf{U}_i)(P_i+\rho_i E_i),$$

где

$$\Omega_i=\alpha_i\sum_{j=1}^{N}\alpha_j f_{ij}S_{ij},\quad f_{ij}=\frac{1}{(c_i+c_j)(\rho_i c_i+\rho_i c_j)}.$$

Ударная волна в смеси

В опубликованных ранее работах [8–13] экспериментально измерялась скорость ударной волны D в смеси и восстанавливалась скорость $\mathbf{U}$. Считалось, что смесь является однородным веществом. Такой подход вызывает сомнения. В [13] показано, что в некоторых смесях давление на ударной волне изменяется вследствие релаксационных процессов задолго до того, как ее догонит волна разгрузки от тыльной поверхности ударника. Три закона сохранения i-го компонента и уравнение для объемной концентрации на поверхности сильного разрыва имеют вид:

$$\frac{1}{\rho_{i+}}W_i + U_{i+} = \frac{1}{\rho_{i-}}W_i + U_{i-},$$
$$U_{i+}W_i - P_{i+} - F_{i+} = U_{i-}W_i - P_{i-} - F_{i-}, \tag{9}$$

$$\varepsilon_{i+}W_i - U_{i+}(P_{i+} + F_{i+}) - Q_{i+} =$$
$$= \varepsilon_{i-}W_i - U_{i-}(P_{i-} + F_{i-}) - Q_{i-}, \quad \alpha_{i+} = \alpha_{i-}. \tag{10}$$

Величины с индексом «–» в уравнениях (9), (10) известны и характеризуют состояние перед разрывом. Величины с индексом «+» нужно определить. Для замыкания системы уравнений (9), (10) к ним добавляется уравнение состояния и зависимость E_i от ε_i и от U_{i+}:

$$P_{i+} = P_i(\rho_{i+}, E_{i+}), \quad E_{i+} = \varepsilon_{i+} - 0.5U_{i+}^2. \tag{11}$$

Еще два уравнения – это выражения для функций кластерного взаимодействия F_{i+} и Q_{i+}:

$$F_{i+} = -0.5\rho_{i+}(U_{i+} - U_{+})^2,$$
$$Q_{i+} = 0.5\rho_{i+}(U_{+} - U_{i+})(P_{i+} + \rho_{i+}E_{i+}). \tag{12}$$

Уравнения (12) содержат массовую скорость смеси U_+, которая выражается через скорости компонентов

$$U_{+} = \sum_{i=1}^{N} \eta_{i+}U_{i+},$$
$$\eta_{i+} = \alpha_{i+}\rho_{i+}/\rho_{+}, \quad \rho_{+} = \sum_{i=1}^{N} \alpha_{i+}\rho_{i+}. \tag{13}$$

Уравнений (9)–(13) недостаточно, чтобы построить ударную адиабату смеси. Для замыкания уравнений (9)–(13) предлагается N уравнений, выражающих W_i через W и через величины ρ_{i-}, C_{i-}, ρ_-, C_-, характеризующие состояние i-го компонента и смеси перед разрывом:

$$W_i = W\left(\frac{\rho_{i-}C_{i-}}{\rho_{-}C_{-}}\right). \tag{14}$$

В результате полная система уравнений (9)–(13), (14) является типичной ударной адиабатой, определяющей состояние за поверхностью сильного разрыва в зависимости от одного параметра W.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №10-01-00032.

Список литературы

1. Куропатенко В.Ф. Модели механики сплошных сред. Челябинск: Челябинский гос. ун-т, 2007. 302 с.

2. Куропатенко В.Ф. Модель многокомпонентной среды // ДАН. 2005. Т. 403, №6. С. 761–763.

3. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 332 с.

4. Рахматулин Х.А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред // ПММ. 1956. Т. 20, вып. 27. С. 184–195.

5. Крайко А.Н., Нигматулин Р.И., Старков В.К., Стернин Л.Б. Механика многофазных сред // Итоги науки и техники. Гидромеханика. 1973. Т. 6. С. 93–174.

6. Яненко Н.Н., Солоухин Р.И., Папырин А.Н., Фомин В.М. Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц. Новосибирск: Наука, 1980. 158 с.

7. Струминский В.В. Влияние диффузной скорости на течение газовых смесей // ПММ. 1974. Т. 38, вып. 2. С. 203–210.

8. Николаевский В.Н. Гидродинамический анализ ударных адиабат гетерогенных смесей веществ // ПМТФ. 1969. №3. С. 82–88.

9. Дремин А.Н., Карпухин И.А. Метод определения ударных адиабат для дисперсных веществ // ПМТФ. 1960. №3.

10. Богачев Г.Н., Николаевский В.Н. Ударные волны в смеси материалов. Гидродинамические приближения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. №4. С. 113–125.

11. Ляхов Г.М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах. М.: Наука, 1982. 286 с.

12. Алексеев Ю.Ф., Альтшулер Л.В., Крупникова В.П. Ударное сжатие двухкомпонентных парафино-вольфрамовых смесей // ПМТФ. 1971. №4. С. 152.

13. Долгобородов А.Ю., Воскобойников И.М., Толстов И.К., Стариков А.В. Особенности распространения ударных волн в смесях // ФГВ. 1992. Т. 28, №3. С. 106–111.

14. Куропатенко В.Ф. Уравнения состояния в математических моделях механики и физики // Экстремальные состояния вещества: Сб. науч. тр. АН СССР. ИВТАН. 1991. С. 3–38.

15. Куропатенко В.Ф. Уравнения состояния компонентов плотной низкотемпературной плазмы. Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Серия Б, Т. VII-1. М.: Янус-К, 2008. С. 436–450.

A MULTI-COMPONENT FLOW MODEL WITH CLUSTER INTERACTION

V.F. Kuropatenko

A multi-component flow model with cluster interaction between the components and the mixture is considered. The necessary conditions for deriving conservation laws for the mixture by summing conservation laws for the components have the form of forces and energy flows. An equation for volume concentration and an equation which relates the velocity of the shock wave in the component with the velocity of the shock wave in the mixture are proposed and validated. Specific experiments on shock propagation in a mixture were considered and modeled.

Keywords: model, mixture, component, interaction, non-equilibrium.